

四足机器人运动及稳定控制关键技术综述

王 旭

(北京科技大学 创新创业学院, 北京 100083)

摘 要: 本文在分析四足机器人主要研究内容的基础上, 基于四足机器人运动及稳定控制要求, 对四足机器人的机构设计、运动学与动力学分析、步态与足端轨迹规划、关节驱动器、运动稳定控制等关键技术进行了梳理与总结, 构建了各技术模块之间的逻辑关系, 系统阐述了四足机器人运动及稳定控制架构, 可为足式机器人研究者提供参考。

关键词: 四足机器人; 动力学建模; 最优足底力优化; 模型预测控制

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2025)05-1483-14

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240722

An overview of key technologies for quadruped robot motion and stability control

WANG Xu

(School of Innovation and Entrepreneurship, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper analyses the main research on quadruped robots, based on the motion and stability control requirements of quadrupedal robots, the key technologies of quadrupedal robots, such as mechanism design, kinematics and dynamics analysis, gait and foot trajectory planning, joint actuators, motion stability control, etc., are sorted out and summarised, and the logical relationship between each technology module is constructed, so as to systematically illustrate the motion and stability control architecture of quadrupedal robots, which can be used as reference for the researchers of foot-type robots.

Key words: quadruped robot; dynamics modeling; optimal foot force optimization; model predictive control

0 引 言

在地面机器人的移动方式中, 足式行进比车轮、履带、爬行等移动方式更能适应复杂的非结构化地形。因为足式机器人的落脚点是离散的, 不需要连续的地面支撑, 因此机器人可以在摆动腿运动空间范围内, 根据变化的地形、障碍条件, 灵活调整

腿足的运动和落脚点, 实现非常鲁棒的控制^[1,2]。在足式机器人中, 四足机器人比双足机器人具有更好的平衡稳定性, 又比六足甚至更多足机器人具有更简单的结构。自然界的生物中, 能够形成支撑面的最简对称结构就是四足结构, 四足动物能够在生物的进化中得以延续和发展, 表明了四足动物的运

收稿日期: 2024-06-29.

基金项目: 中央高校基本科研业务费项目(YWF-23-L-912).

作者简介: 王旭(1979-), 男, 研究员, 博士. 研究方向: 机器人技术及应用. E-mail: wangxu@ustb.edu.cn

动方式具有很好的环境适应性。

目前,四足机器人能够执行如跳跃、爬楼梯、崎岖地形行走、后空翻等高难度动作;采用轻质材料和高效能电机,结合仿生设计实现了更强的灵活性和耐久性;采用多传感器集成感知机器人自身状态,通过全身动力学控制可快速响应外部扰动,保持平衡。这些技术的研究进步使四足机器人的运动及稳定控制能力取得快速的发展。

本文将梳理四足机器人实现稳定运动控制所涉及的关键技术,以及各技术模块之间的关系。

1 四足机器人主要研究内容

作为一种机器人移动平台,四足机器人有和其他机器人移动平台通用的设计目标,如移动速度、负载能力、能量消耗、环境感知、定位导航等,而作为腿足结构,四足机器人的运动稳定性则是独特且关键的设计目标。这包括有四足机器人在不同环境地形下,如平地、坡地、崎岖地等,在运动中保持平衡的能力;也包括四足机器人在不同行进状态,如行走、转弯、奔跑、跳跃时保持平衡的能力,甚至还包括跌倒、空翻、外部冲击等非正常动作下的身体平衡和姿态的稳定控制。

在实际场景中,对四足机器人设计目标通常是更快的移动速度、更加灵活的运动能力、更小的能量消耗,以及在不同环境、不同状态下稳定的平衡保持能力。

1.1 运动速度及灵活性

四足机器人的灵活性设计目标是像四足生物一样实现跨越障碍、跑跳爬坡、适应不同地形行走等复杂的运动能力。

四足生物在不同运动速度下会选择不同的步态,从仿生角度分析,四足机器人最常见的运动形式,即典型步态分为爬行(crawl)、步行(walk)、对角小跑(trot)、踱步(pace)、跳跃(bound)、奔跑(gallop)6种。另外还有针对横向移动、急转向、跨越障碍、调整落足点、倒地站起等非正常甚至极限动作的研究。这就要求腿部、腰部等大运动关节,不仅需要设置相应的驱动自由度,还需要考虑腿部结构、腿长比例、腰部结构,以及各关节动作范围,这些因素对四足机器人的步长、肢体结构工作空间、足端轨迹、运动受力具有直接影响,也是四足机器人设计的关键环节。

在机器人结构确定的条件下,影响四足机器

人运动速度的主要影响因素是运动关节驱动力矩、步长、步频三点的综合作用^[3]。控制这些因素的核心技术是关节驱动器,设置在运动关节的驱动器,类似生物的肌肉,需要具有足够的输出力矩、响应速度和功率密度。

1.2 稳定性

四足机器人是一种冗余驱动的多支链运动机构,关节控制具有非线性、强耦合的特点。在运动过程中随着足端与地面的摩擦和冲击,机器人的拓扑结构具有时变性,其动力学特性可以描述为一个多输入多输出的高维混杂动态系统,因此动力学分析和运动控制都相对复杂,控制的主要目的是保持四足机器人在各种状态下的平衡稳定性。

四足机器人的稳定性控制和判定与机器人步态密切相关,根据机器人步态的不同,可分为静步态稳定判定方法和动步态稳定判定方法。

1.2.1 静态稳定性与稳定裕度

关于静态稳定性评价方法,McGhee等^[4]首次提出了重心(Center of gravity, CoG)投影法,即静态稳定裕度(Static stability margin, SSM)的概念,并将稳定裕度定义为机器人重心在足支撑平面上的垂直投影点到各足支撑点构成的多边形各边的最短距离。可见,稳定裕度体现了机器人可以承受多大外界干扰的能力,但稳定裕度只适用于机器人支撑足在同一水平面的情况。因此,后续学者陆续将机器人的重力势能(机器人的重心、质量)、运动中的动能、系统刚度等因素考虑进去,提出了能量稳定裕度(Energy stability margin, ESM)^[5]、归一化能量稳定裕度(Normalization energy stability margin, NESM)等定义,拓展了稳定裕度的概念。

在运动过程中机器人重心位置会随着腿部的摆动而变化,因此稳定裕度主要用于在规划步态下当前步态完成后的静态稳定性分析。

当地形情况复杂,存在四足机器人不可落足点时,机器人需要使用非周期步态,也称自由步态。自由步态下,四足机器人的腿部摆动顺序不固定,稳定性研究主要在于摆动腿落地点的允许范围。在自由步态的稳定性判别方面,Hirose等^[6]首先提出了利用机器人两对角支撑线判别其自身稳定性的方法,Pack等^[7]将其进一步定义为SAL(Stability admitting line),指出在机器人

各条腿相对重心的位置关系已知的情况下,SAL是判定稳定性、选定摆动腿以及决定下一步落足点位置的重要参考。王新杰等^[8]在SAL的基础上提出了SSA(Statically stable area)的概念,即四足机器人同侧的两足到机器人重心投影点构成两条相交的射线所形成的阴影,当机器人另外一侧某一足落在阴影内时,则此三足形成机器人稳定支撑,并可据此确定摆动腿及其落足点的选择范围。以上SAL、SSA方法也属于静态稳定性判据。

1.2.2 动态稳定性

在步行等静步态下的稳定由机器人本体重心和支撑腿形成的多边形关系判定,而在动步态行走、崎岖地形行走或有强外界干扰情况下,需要考虑动态稳定性判定方法。

(1) 零力矩点 (Zero moment point, ZMP)

从能量角度分析,静态稳定的驱动力矩主要用来克服重力矩;动态步行时,驱动力矩则是用来克服重力与惯性力的合力矩。作为一种动态稳定性判据,ZMP点定义为重力与惯性力的合力延长线在地面上的交点,惯性力和重力在ZMP点的合力矩为零,因此称为零力矩点^[9]。若ZMP点落在足端与地面所构成的多边形支撑区域内,则机器人支撑足不会出现翻转,步态稳定。

(2) 动态稳定裕度 (Dynamic stability margin, DSM)

动态稳定裕度是考虑到惯性力和支撑力、重力、外界影响在力和力矩上的平衡,由Lin等^[10]提出,定义为支撑模式下每个旋转轴的动量最小值的标准化,表示为:

$$S_{DSM} = \min_i \frac{e_i(F_R \times P_i + M_R)}{mg} \quad (1)$$

式中: e_i 为沿支撑边界顺时针方向一个单位向量; F_R 为机器人和地面相互作用力; P_i 为质心到第*i*个支撑腿的位置向量; M_R 为机器人与地面接触时的动量。

为简化计算, F_R 和 M_R 数值可以利用安装在机器人足端的传感器测量。

(3) 落地符合率 (Landing accordance ration, LAR)

Won等^[11]提出LAR方法,用于四足机器人对角小跑步态稳定性判据,其定义为:

$$LAR = \frac{t - t_{dt}}{t} \quad (2)$$

式中: t 为对角线上腿支撑时间; t_{dt} 为对角线上两条腿触地时的不协调时间,LAR用于四足机器人没有外力干扰,地面作用力是唯一外力情况下的判定。

基于稳定性判据的控制方法主要思路是建立运动学方程,分析机器人腿部、足端运动轨迹,通过机器人腿部运动学逆解,对机器人重心与足端支撑面的几何关系进行控制。

1.3 能量消耗

四足机器人能耗的影响因素多且复杂,其中主要因素为外部环境、机器人结构、运动步态3个方面。

(1) 外部环境。包括四足机器人行走的地形坡度、硬度、摩擦力,还包括风、水、障碍等形成阻力的环境因素。显然,爬坡增大了机器人势能,松散路面造成四足机器人着力点受力分散、不均匀,穿越阻力区域需要克服阻力做功。为了减少这些环境因素带来的额外能耗,可以对机器人进行充分的路径规划和能耗预测,基于能耗最优的路径规划方法,通过控制机器人的行进路线、方向和速度降低能耗。

在具体作用环境中,通常采用动力学分析方法,建立机器人与地面的作用力动力学模型,通过分析机器人的控制输入、运动速度、加速度等特征估算机器人在不同外部环境条件下的能耗。

(2) 机器人结构。四足机器人行进过程中的腿部摆动、落地冲击、传动损耗都是能耗的影响因素。从结构设计角度分析,减少能耗的主要思路是减少腿部转动惯量、减少机器人落地时的冲击。

减少腿部转动惯量的方式包括:腿部机构采用高强度的轻质材料以减小腿部机构质量;将膝部关节的控制电机通过连杆或同步带传动,使电机向上安置。

减少机器人落地冲击控制,主要是基于对四足动物生物力学特性研究,模拟肌肉-筋腱的柔性特征,进行仿生柔性关节的设计。

(3) 运动步态。步态对四足机器人能量消耗的影响主要体现在步态类型、步距和步高的选择上。对马的运动研究表明,每一种步态都有一个速度区间,在这个区间内能量消耗呈“U”形曲线,如图1所示。可以看出,每种步态都存在一个速度值,在该速度下能耗最低。从能耗角度分析,为了适应不同的速度,四足机器人需要切换至对应

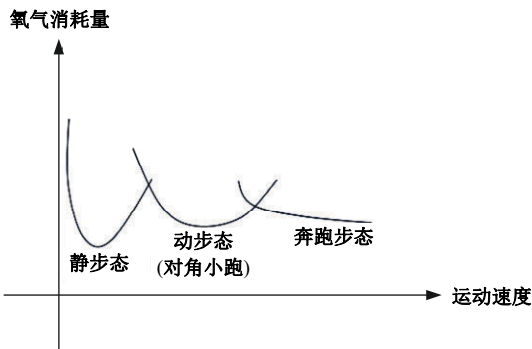


图1 马在不同速度下单位距离氧气消耗量变化示意图
 Fig.1 Schematic of changes in oxygen consumption per unit distance for horses at different speeds

速度的匹配步态^[12]。

对于步距和步高,已有研究表明,在相同步距下,机器人能耗随步高的增加而增加;相同步高下,机器人能耗随步距的增加而降低。

综合以上分析,四足机器人的设计目标包含有更高速度、更强的运动能力与灵活性、更低能耗,以及在不同运动状态下的稳定性等。这些目标分别实现相对容易,但在特定场景下,通常需要兼顾多个目标,而且一些设计目标常是相互排斥的。例如,人们希望机器人可以完成更多复杂的运动,这就需要增加腿部自由度,但增加腿部自由度会使结构设计更加复杂,增加了控制难度;希望提高机器人的运动速度,可以通过增强驱动器输出功率,提高腿的摆动频率实现,但由此带来的问题是使得驱动功率需求呈指数增长,产生机器人尺寸和移动速度的矛盾。因此,在实际研究中通常需要针对多个目标综合考量,并作出平衡。

2 四足机器人运动及稳定控制关键技术

基于四足机器人的主要研究内容分析,其运动及稳定控制关键技术包括:机构设计、运动学和动力学分析、步态与足端轨迹规划、关节驱动器、运动稳定性控制等,这些技术的综合应用是四足机器人实现稳定运动的核心基础。

2.1 机构设计

四足机器人的机构设计目标是使机器人的结构能够模拟四足动物的运动方式,包括腿部设计、关节布局和设计、质量分布等,以实现高效的运动和承载能力。

2.1.1 腿部结构

(1)拓扑结构。四足机器人腿部拓扑结构可分为串联、并联和混联3种形式。其中,串联腿结构控制简单、灵活性强,工作空间大,但承载力小、刚度低;并联腿驱动器可置于四足机器人本体,使得腿部质量小、速度高、动态响应好、结构紧凑、无累积误差、精度较高、刚度、承载能力大,但工作空间较小,灵活性有限;混联腿多在大关节采用并联结构以增大承载及刚度,在小关节采用串联形式,以保持较大工作空间及灵活性,但因机构复杂,混联机构的运动学及动力学模型相对复杂。

目前研究最多的是串联结构,从仿生动物骨骼构型分析,四足机器人串联腿的拓扑结构可简化为4个自由度(髋部2个、膝部1个、踝部1个),但实际应用中,单腿主要是完成前后摆腿、迈步、侧向移动3个运动,为了降低机构和控制的复杂程度常将踝关节省略或设计成被动关节,采用单腿3自由度形式。

因此,串联腿的常见拓扑结构有全膝式、全肘式、前膝后肘式和前肘后膝式4种结构,如图2所示。其中,全膝式在速度方面具有优势;全肘式在攀爬方面具有优势;前膝后肘式支撑面积较大,在稳定性方面具有优势,且后膝式关节可以增大奔跑中脊柱弯曲程度,储存更多的弹性势能;前膝后肘式和前肘后膝式前后对称,在控制方面更便利。

(2)机械设计。四足机器人腿部设计需要综合考虑紧凑性、低惯量、高强度和降低能耗,主要方法包括机构优化设计、材料选择使用、仿生设计。

机构优化设计,一方面根据设计目标合理选

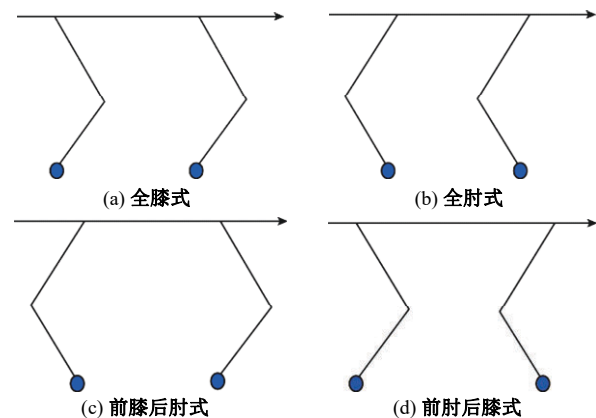


图2 四足机器人串联腿拓扑结构

Fig.2 Tandem leg topology for quadruped robots

择驱动器,提高能量利用率;另一方面进行紧凑设计,例如,将膝关节的驱动器设计在髌部,通过连杆传递运动,以降低腿部转动惯量。

使用高强度的轻质材料、优化材料分布(如模仿腿部骨骼两端粗中间细),可以降低腿部转动惯量,还能提高腿部结构强度,提高负载和抗冲击能力。

从仿生角度设计四足机器人,典型研究有牧羊犬、猎豹和老鼠等动物的仿生研究,研究主要集中在骨骼、关节肌肉结构、运动机理、步态控制、平衡恢复等方面。仿生设计参考生物腿部结构,可以辅助进行尺寸比例选择、机构优化,提高动力学性能。

2.1.2 柔性关节与弹性材料

对哺乳动物的生物力学研究发现:肌腱、韧带是关节的储存和释放能量的元件,能够有效提高能量利用效率,将行进过程中的机械能用于后续运动能量循环,并减少关节运动过程中的冲击。有研究表明犬类动物的柔性关节,可以存储奔跑过程中35%的机械能,用于后续运动^[13]。

同时,肌肉的张弛调节可以改变动物关节的弹性刚度,以适应不同的运行方式。例如,在低频运动中可以表现为较低的等效刚度,在高频运动中能够迅速增大等效刚度,迅速实现位姿、步幅、步频的调整。

(1) 被动柔顺控制

在振动领域使用的缓冲材料、被动变刚度机构(如汽车底盘减震系统)的方式可以用于四足机器人减少冲击力的设计,常用的方式是在机器人腿部、踝关节或足端,安装弹簧、扭簧、弹性材料等被动弹性元件。

踝关节在动物行走时的主要作用是调节足端与地面的接触,减缓冲击,基本不提供动力,且转动角度较小,因此在设计四足机器人时一般将踝关节设计为被动的弹性关节。

足端材料需要选择摩擦系数大、减缓冲击力的弹性材料。足端设计按照形状主要分为3类:球形、圆柱形及仿生足端。其中,球形足端最为常用,足端呈球形或半球形,特点是足端可以和地面从各个方向接触,针对不同地形,具有较强的适应性;圆柱形足端是足端呈横向的圆柱或半圆柱形,与地面接触时是一个矩形平面;仿生足端则需要研究四足动物的爪子、毛皮、肉垫等组成及作用机

理,目前研究较少。在实际研究模型中,常将机器人足底与地面简化为点接触,即地面与足底之间仅有作用力而没有作用力矩传递,并在足端装有压力传感器,检测四足机器人运动中足底受力情况,作为运动控制的反馈信息。

被动柔性控制的特点是关节可随外力变化而发生位移,避免因微小位移偏差导致输出力大幅变化,适合机器人与外界物体交互,如夹持物体、足端触地缓冲等。

(2) 主动柔顺控制

四足机器人采用的主动柔性关节技术包括气动、液压、串联弹性驱动器(Serial elastic actuator, SEA)^[14]和变刚度驱动器(Variable stiffness actuator, VSA)^[15,16]。

其中,气动柔性关节多采用气动肌腱技术,液压柔性关节则由液压减震器加弹簧的被动柔性关节方式,或采用液压驱动方式实现主动柔性控制。但是,气动肌腱承载能力小,液压系统噪声大,四足机器人需要一款承载能力强、鲁棒性好、能够实现精准力控制的驱动方式。

SEA是将弹性元件串联到刚性驱动器中,可以同时兼具生物柔性关节的主动柔性和被动柔性,优势如下:

①在关节受到冲击时吸收和储存能量起到缓冲作用,保护传动装置。

②将力控制转变为位置控制。当外部受力时,弹性元件产生变形,通过位移传感器检测形变得到相应的扭矩,使用低齿隙、高精度的传动装置可以实现精确的力控制。

③基于储能能力,当弹簧和电机在同向作用时,可增加峰值功率输出。

VSA的研发目的就是模拟生物关节的变刚度能力,通常是在驱动器中加入非线性刚度弹性元件(如非线性弹簧),然后通过机械结构使受力改变驱动器整体的等效刚度,进而获得刚度可控的输出力。VSA技术的研发性能主要集中在高扭矩输出能力(High torque capacity)、宽范围的刚度变化区域(Wide range of stiffness)、快速刚度变化能力(Rapid stiffness regulation ability)。

柔性驱动器SEA和VSA属于主动柔顺控制,可以实现对冲击力的缓冲及力矩的稳定输出,但弹性元件的引入会使系统响应较慢,降低带宽和运动精度,且控制系统复杂程度提高,使得达到

优良力学性能、稳定性控制的难度较高。

2.1.3 腰部结构

四足生物的脊椎对运动能力具有重要影响,在跳跃、奔跑、快速转向等状态下,通过脊椎的弯曲,可以增大腿部运动范围、提高腿部摆动频率、保持身体平稳,并起到缓冲作用。在实际研究中,腰部设计通常有3种形式。

(1) 刚性腰部

四足机器人的前半身和后半身连接为一个刚性整体,刚性腰部结构简单、易于控制,但运动灵活性不足。

(2) 被动腰部

在四足机器人的腰部安装被动弹性元件,工作原理同柔性关节一样,起到减缓冲击、提高能量利用效率等作用,同时也在一定程度上增大了机器人的腿部工作空间,柔性模型建立较为复杂,增加了机器人的控制难度。

(3) 主动腰部

在四足机器人的腰部安装驱动器,模拟脊柱原理主动控制腰部的运动。增加了自由度可以提高机器人的灵活性,但也同时提高了控制难度,而且在剧烈运动状态下,腰部相对腿部的受力更大,对关节驱动器的要求更高。

2.2 运动学与动力学分析

四足机器人运动学分析是通过建立四足机器人的正逆运动学模型,计算关节角度与末端位姿的关系,通过控制四足机器人足端位置,可以改变机器人机身的位置和姿态。有时还涉及速度和加速度关系。

四足机器人动力学分析是通过建立四足机器人动力学模型,描述四足机器人关节驱动力(力矩)和机器人运动的关系,通过地面对机器人足端的作用力,可以改变机器人的运动状态。正动力学主要用于机器人的仿真、辅助机构设计,逆动力学主要用于机器人的实时控制,实现前馈补偿。

另外,机器人静力学分析是指四足机器人缓慢运动或静止状态,机器人末端与环境接触时,各关节力(力矩)与接触力的关系。

静力学、运动学和动力学参数关系如图3所示。

式中: r, \dot{r}, \ddot{r} 分别为机器人末端位置、末端速度、末端加速度; $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 分别为关节角度、关节速度、关节加速度; τ 为关节驱动力; F 为机器人末端

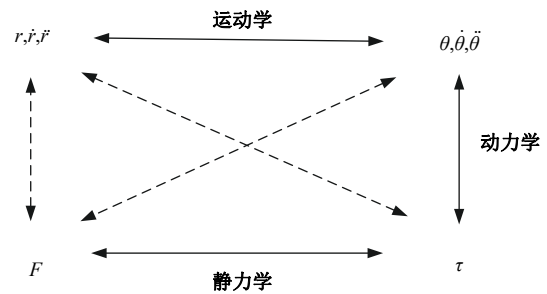


图3 机器人静力学、运动学和动力学参数之间关系图
Fig. 3 Relationship between robot statics, kinematics and dynamics parameters

与环境接触力。

2.2.1 运动学分析

(1) 齐次变换

在四足机器人的运动学分析中,可以将单腿等效为固定基座的机械臂,将足端等效为一个点(不考虑足端姿态),主要分析机器人腿部连杆长度、各驱动关节角度与足端位置、速度、轨迹、加速度、机器人腿的工作空间范围等的对应关系。Denavit和Hartenberg1955年提出的D-H坐标变换法比较常用^[17],D-H法主要通过定义连杆参数(长度、扭角)和相邻连杆关系参数(偏距、关节角),在每个连杆上定义一个固定坐标系,使用齐次变换矩阵,将相邻连杆坐标系联系起来,建立起机器人的运动学方程。齐次变换矩阵表示机器人在运动传递中,进行的旋转(姿态)变换和平移(位置)变换的复合,如式(3)所示:

$$T = \begin{bmatrix} \mu_x & \theta_x & \omega_x & P_x \\ \mu_y & \theta_y & \omega_y & P_y \\ \mu_z & \theta_z & \omega_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

由式(3)可见,使用齐次变换矩阵可将刚体的旋转、平移信息统一表示为 4×4 的矩阵形式,从而方便地利用线性代数中的工具和方法求解逆变换、插值等运算。

在机器人腿部结构参数确定前提下,正向运动学可以根据各关节转角方便地计算出足端的空间坐标。逆运动学求解主要方法是解析解(Analytical solution),具体分为代数法和几何法。其中,代数法需要根据腿部的拓扑结构及腿部运动空间,可以设定腿部关节的正常运动范围,从而保证机器人逆运动学关节角度求解的唯一性。

(2) 雅克比矩阵

将空间坐标和关节转角关系表达式对时间求导,可以得到足端速度和关节转角速度之间的线性变换关系,这种两空间之间速度的线性映射关系表达式即为雅可比矩阵(Jacobian),可表示为:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} \quad (4)$$

式中: \boldsymbol{v} 为机器人足端的广义速度; $\boldsymbol{\omega}$ 为关节速度; \boldsymbol{J} 为雅可比矩阵,描述机器人关节空间相对操作空间速度的传动比。对机器人的位置参数、速度参数进行控制,可以实现对机器人各关节的双闭环控制。

雅可比矩阵还可用于静力学分析。进一步对时间求二阶导数,则得到足端加速度和关节加速度的正解模型。根据虚功原理,可以推导出:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{J}^T \boldsymbol{F} \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\tau}$ 为关节力矩矢量; \boldsymbol{F} 为四足机器人足端对地面的作用力(压力和摩擦力的合力); \boldsymbol{J}^T 为 \boldsymbol{J} 的转置矩阵,定义为力雅可比矩阵。

2.2.2 动力学分析

动力学分析目的在于研究机器人各关节的驱动力(或力矩)与机器人的运动(位移、速度、加速度)之间的正向、逆向关系。最常用的动力学建模方法有牛顿-欧拉法(Newton-Euler)和拉格朗日法(Lagrange)。

(1) 牛顿-欧拉法

作用在刚体上的任何力系可表示为沿某一空间直线的力和绕该直线的力矩的组合。牛顿-欧拉法是将四足机器人腿连杆当作刚体,将刚体的运动分解为质心的移动和绕质心的转动。以牛顿第二运动定律为理论基础,基于各个构件的单独受力和惯性力分析,确定构件的力和加速度之间的关系,进行递推建立动力学方程。

其中,牛顿方程为:

$$\boldsymbol{f} = m\dot{\boldsymbol{v}}_c \quad (6)$$

式中: \boldsymbol{f} 为作用力; m 为质量; $\dot{\boldsymbol{v}}_c$ 是质心加速度。牛顿方程分析刚体移动,反映力与质量、加速度的关系。

欧拉方程为:

$$\boldsymbol{\tau} = {}^c \boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times ({}^c \boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega}) \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\tau}$ 为力矩; ${}^c \boldsymbol{I}$ 为惯性张量; $\boldsymbol{\omega}$ 为角速度; $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 为角加速度。欧拉方程分析刚体转动,反映力矩与转动惯量、角速度、角加速度的关系。

可见,连杆运动所需的力是期望加速度及其质量分布的函数。

(2) 拉格朗日法

拉格朗日法基于系统能量的概念,可以避免力、速度、加速度等矢量的复杂计算,用较简单的形式表示复杂系统的动力学方程,拉格朗日动力学模型通式为:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$ 为质量矩阵; $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ 为哥氏力和向心力矩阵; $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})$ 为重力矩阵; $\boldsymbol{\tau}$ 为广义力向量。拉格朗日函数 L 被定义为系统总动能 K 与总势能 P 之差:

$$L = K - P \quad (9)$$

用 \boldsymbol{q} 表示机器人关节向量(旋转关节和平移关节),则关节驱动力或力矩矢量可表示为拉格朗日函数、广义坐标、广义速度,以及时间的函数,拉格朗日动力学方程可表示:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}} = \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}} - \frac{\partial K}{\partial \boldsymbol{q}} + \frac{\partial P}{\partial \boldsymbol{q}} \quad (10)$$

可见,构建四足机器人拉格朗日动力学方程可分为4步:

- ①根据运动学分析,计算腿部连杆各点向量 \boldsymbol{q} 和速度 $\dot{\boldsymbol{q}}$;
- ②计算系统动能 K 和势能 P ;
- ③构造拉格朗日函数;
- ④推导出动力学方程。

2.3 步态与足端轨迹规划

2.3.1 步态

步态是动物节律性运动的形态,通过各腿之间的协调运动,使得机器人实现质心的支撑、行进和动态平衡,其特点是抬落腿的顺序和轨迹具有明显的周期性特征,分为静步态和动步态。目前研究较多的步态以马、狗或猎豹为仿生研究对象,典型步态有以下6种。

(1)爬行:任何时刻至少有3条腿处于支撑相,可能会用到身体的其他部分(如腹部)辅助移动或保持稳定,属于静步态,稳定性好。

(2)步行:四条腿按照一定顺序轮流进行摆动相或支撑相,四拍一周,属于静步态。

(3)对角小跑:对角两腿为一组,按照一定顺序轮流进行摆动相或支撑相,相对稳定。

(4)溜步:也称单侧小跑,同侧两腿为一组,按照一定顺序轮流进行摆动相或支撑相;存在翻滚趋势,适用于长腿动物,避免同侧腿碰撞。

(5)奔跑:前后两腿为一组,按照一定顺序轮

流进行摆动相或支撑相,至多有 3 条腿同时着地,存在完全腾空状态,冲击较大。

(6) 跳跃: 双足跳跃, 躯干有明显的俯仰运动, 冲击大。

动物通过对外部环境的判断, 交替运用各种步态, 实现基本运动、改变运动速度和效率, 抵抗外部扰动并实现姿态的稳定。为了量化描述各种步态的具体动作, 需要使用步态周期、相位差、负载因子、步长、步高等参数^[4]。其中, 相位差(ϕ_i)和负载因子(β_i)用于对步态进行量化分类: 相位差(ϕ_i)指第 i 条腿运动时相位落后于第 1 腿的时间与一个步态周期时间的比值; 负载因子(β_i)指第 i 条腿在地面支撑时间和一个步态周期时间的比值。各步态下负载因子和相位差关系如表 1 所示。

表 1 步态-负载因子、相位差对应关系
Table 1 Correspondence of gait-load factor, phase difference

步态	β	相位差(ϕ_i : 相位)			
		左前腿	左后腿	右前腿	右后腿
爬行	$\beta > 0.75$	0	3/4	1/2	1/4
步行	$\beta = 0.75$	0	3/4	1/2	1/4
对角小跑	$\beta = 0.5$	0	1/2	1/2	0
溜步	$\beta = 0.5$	0	0	1/2	1/2
跳跃	$\beta = 0.5$	0	1/2	0	1/2
疾驰	$\beta < 0.5$	0	$\approx 1/2$	≈ 0	$\approx 1/2$

由此可见, $\beta > 0.75$ 的步态属于静步态, 在任何时刻至少有 3 条腿处于支撑相, 而少于 3 条腿着地的步态属于动步态。静步态适用于崎岖地形等复杂环境, 动步态适用于平坦地面环境。

以上步态都属于周期步态, 即机器人的落脚点行走之初即已经做好控制规划, 适合在理想环境下运动, 抗扰动能力差。McGhee 等^[18]进一步提出了自由步态(Free gait)的概念, 自由步态根据传感器反馈的机器人行走环境信息在线生成步态形式, 并实时调整控制腿足的下一个落脚点, 对感知、计算和控制都具有很高的要求。

2.3.2 基于中枢模式发生器的控制方法

四足机器人各腿之间运动空间相互重叠、相互干扰, 形成较强的动力学耦合关系, 使得控制模型相对复杂, 而基于运动仿生是一个有效的控制方法。前一节通过分析马或狗等四足动物稳定运动的典型步态, 在机器人腿部结构、各腿运动相位

差、负载因子、足端轨迹规划等方面进行动作模仿, 从而实现稳定运动。

另一研究方向是由日本电气通信大学提出的通过模拟低等生物的中枢模式发生器(Central pattern generator, CPG)^[19], 控制四足机器人产生相应的节律性运动, 从而生成机器人的步态规划。在生物体中, CPG 是一种位于脊髓或脑干的神经网络结构, 它能够自发产生稳定的节律性信号, 无须大脑的持续指令, 能够生成并调节步态的基本节奏。基于 CPG 控制方法, 机器人能够自动产生稳定的、周期性的步态运动, 如行走、爬行等, 减少对外部控制信号的依赖。为解决低速条件下多关节运动耦合的多足机器人运动控制提供了一种思路。

基于 CPG 的控制方法属于无模型控制方法, 不需要建立复杂的动力学模型, 通常以微分方程组的形式给出, 通过伸、缩两类神经元的相互抑制作用, 通过数学方法生成的振荡曲线, 作为腿部关节的位置和速度输入, 可以方便地调节四足机器人腿与腿之间的相位关系。CPG 控制方法可使节律行为在神经控制系统和物理系统之间传递, 能够在状态空间形成一个稳定的极限环, 可使机器人具有一定的抗干扰能力。

2.3.3 足端轨迹

在实际控制中, 步态需要结合足端轨迹一同规划, 目的是在预期的控制速度下, 实现行进的平稳、协调, 减少落地冲击, 关节速度和加速度平滑连续, 避免足端滑动、拖地, 机体起伏、摇晃等现象。

机器人的轨迹规划一般要求在初始位置和目标位置之间设置节点(插值点), 对选定的节点(插值点)上的位姿、速度、加速度给出约束条件(如连续性、平滑程度等), 利用多项式函数“拟合”或“逼近”给定的路径, 实现平稳运动。

利用运动学分析方法, 可以对四足机器人足端轨迹进行规划。四足机器人运动过程中足端与地面接触时, 因为摩擦力的作用, 支撑腿一般不发生相对运动, 所以机器人机体相对于地面的运动与其相对于足端的运动是等价的。对足端的运动要求一般包括足够的离地间隙, 足端动作平稳(轨迹和速度均连续), 避免支撑腿滑动和摆动腿拖地, 理想的摆动腿回缩率, 减少足端力冲击。为符合以上要求, 常见的足端轨迹规划一般

有3次曲线、复合摆线、3次贝塞尔曲线等,摆动相和支撑相可以分别设计,分阶段建立足端轨迹方程。

以3次多项式插值曲线为例,如图4所示。

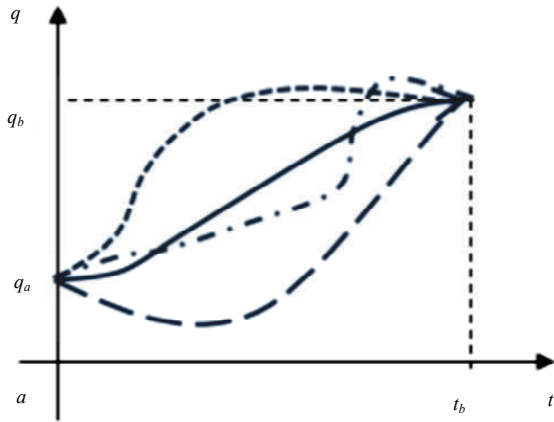


图4 3次多项式曲线轨迹示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the trajectory of a trinomial curve

机器人起始点关节变量 q_a 和终止点关键变量 q_b , 如下式所示:

$$q(a) = q_a \quad (11)$$

$$q(b) = q_b \quad (12)$$

为满足关节速度连续性、起始点终止点速度为零的要求,有式关系式如下:

$$\dot{q}(a) = 0 \quad (13)$$

$$\dot{q}(b) = 0 \quad (14)$$

由式(9)到式(12)的约束条件,可以唯一确定以下3次多项式曲线方程:

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (15)$$

可以看出,如果需规划起止点加速度,则需要5次多项式插值描述轨迹。

逆运动学方程可以求出腿部各关节角位置与足端轨迹的变化函数,也可以建立速度、加速度的反解关系。在实际研究中,数学表达式不能完全拟合动物足端运动轨迹,需要根据具体研究目的、仿生对象、腿部结构、关节布置形式、运动步态等实际情况对足端轨迹的数学表达式进行修订,以使机器人在行走过程中更加平稳、自然。

2.4 关节驱动器

为实现四足机器人的运动及稳定控制,四足机器人关节驱动器需要满足以下要求:

(1)高扭矩密度。电机尺寸质量小且输出扭矩大,以驱动腿部运动,承受地面反作用力,适应攀爬、奔跑、跳跃等大输出动作;在需要更高的连

续扭矩情况下,还需要具有良好的散热能力,以减小温度引起的绕组电阻增加,提高能量效率。

(2)高转速。以支撑关节快速运动,能够从大扰动中迅速做出腿部调整动作,使得机体快速恢复稳态;能在低速大扭矩(如站立和慢走)与高速低扭矩(如奔跑)之间灵活切换。

(3)高精度控制。关节驱动器应具备高精度的位置、速度和力矩控制能力,以实现细腻的步态控制和动态平衡调节。

(4)高带宽(频率响应)转矩控制,较好的转矩-电流线性度,以实现腿部快速换向运动,保证机器人的动态性能,能够在短时间内实现期望的力控制,例如,腿足与接触地面时,能够实现主动柔顺控制。

(5)低转动惯量,对外部冲击的鲁棒性。减少因地形不确定,状态估算误差等干扰带来的速度冲击影响。

已有研究采用液压驱动关节^[20,21],其输出力大、带宽高、容易建立高强度的远端连接(如踝关节),不会明显增加肢体的质量和惯性,但噪声较大,体积质量大,扭矩密度不高;也有研究采用气动肌肉驱动器(Pneumatic muscle actuator, PMA)^[22,23],特点是类似生物肌肉特性,结构简单、功率密度大、柔顺性好,缺点是气体温度敏感度高,驱动非线性造成建模和精确控制困难,精度低,因此应用较少。

扭矩和转速是关节驱动的重要参数,实际研究中,一般选择电机作为关节驱动器。根据机器人腿部结构尺寸,预设运动(步态、速度等),通过计算或仿真,可以得到各关节的驱动扭矩以及角速度。高性能电机成本高、选择余地较小,因此需要一方面通过结构、传动方案优化设计,减小对电机的性能要求;另一方面对扭矩和转速进行综合考量,平衡处理。

目前市面上已有的四足机器人关节电机已经高度集成,封装了电机底层控制算法,用户只需给出控制指令(通常是位置、速度、力矩3个参数),即可实现相应的混合控制。以某电机为例,控制输出模型为:

$$\tau = \tau_f + k_p(p_d - p) + k_d(\omega_d - \omega) \quad (16)$$

式中: τ 为电机输出力矩; τ_f 为前馈力矩; k_p 为位置系数; p_d 为目标角度位置; p 为实际角度位置; k_d 为速度系数; ω_d 为目标速度值; ω 为实际速度值。实

际场景中,可根据需要选择位置、速度、力矩、混合模式等控制模式。

2.5 运动稳定控制

2.5.1 力控制

四足机器人在运动过程中,足端会与环境接触,在接触环境未知的前提下,基于单一的仿生、运动学分析通常具有局限性,单一的位置控制无法满足稳定运动需求。这时需要将机器人系统的重力、驱动力、地面反作用力(冲击力)、摩擦力、外部作用力等影响因素综合考量,建立相应的动力学分析方程,通过实时控制足端力控制机器人的位姿,以使机器人在动态运动过程中适应环境,而保持平衡。

力控制的目的是有效控制力和位置,力控制规律可分为间接力控制和直接力控制两种。间接力控制通过运动控制实现对力的控制,不需要力反馈,经典方法有顺应控制(Compliance control)和阻抗控制(Impedance control),这两种方法将接触力转换为位置误差,进而通过运动控制间接实现对力的控制。直接力控制通过力反馈闭环控制接触力以达到期望数值。直接力控制的经典方法有力-位混合控制(环境已知)、力环包含运动环的力控制(环境未知)等。

机器人在不同硬度、坡度等地面行走时,会产生支撑力的突变,引起机体重心高度或姿态的改变,为保持平衡可采用阻抗控制策略。阻抗控制是通过调整机器人末端刚度(阻抗参数),保持机器人的位置速度和机器人末端与环境接触力之间理想的动态关系,对不确定环境下的干扰因素具有较强的鲁棒性,被认为是一种统一的自由运动和约束运动控制方法。

力控制的引入可以降低机器人对运动规划性能与运动精度的依赖,具备了更强的适应性。对四足机器人进行全面的动力学分析是一个较为复杂的过程,由于机器人系统中存在不可避免的建模不确定、关节间隙、摩擦力、噪声干扰等因素,由逆动力学计算得到的关节力矩只作为控制系统的非线性前馈补偿,力控过程中最主要通过对足力而不是关节力矩进行控制,实现躯体的位姿平衡控制和摆动足从自由空间到约束空间的柔顺过渡。

四足机器人力控技术使机器人能够根据实时感知到的外界力(如地面反作用力)和内部状态

(如倾斜角度),迅速调整各关节出力,以调整肢体施加在地面的力,从而对抗外力冲击,保持稳定。

2.5.2 状态估计

系统状态变量有时无法直接测量,需要用可直接获取的传感器数据对其估计,这个过程即状态估计。四足机器人的状态估计是要通过传感器数据信息估计机器人质心在世界坐标系下的位置(及速度)和姿态(及角速度)信息(共 12 维状态信息),这些物理信息是四足机器人控制系统中其他控制模块的必要输入。状态估计器通常依赖于多种传感器的数据融合,包括但不限于以下 3 种。

惯性测量单元(Inertial measurement unit, IMU):一般包括加速度计(测量质心加速度)、陀螺仪(测量机身旋转矩阵和角速度)和磁力计,通过融合 IMU 数据,可以实时计算出机器人的滚动(Roll)、俯仰(Pitch)和偏航(Yaw)角度姿态信息。

编码器:测量关节角度和转速,通过运动学计算可求得本体系下足底位置,再求偏微分,可以得到本体系下的足底速度与关节速度之间的关系。

力传感器:实时测量接触力和地面反作用力。

在上述传感器测量的基础上,为获取质心的平动状态,一般使用足底里程计方法。足底里程计是假设支撑足在地面上不打滑(即世界系下足底速度为 0)时,通过直接测量足底与地面交互时的接触力、时间序列或者足部轨迹,建立本体系下足底速度与世界系下足底速度之间的映射关系,以求解世界系下质心速度与位置。足底里程计适用于平坦不复杂地面,对于不确定环境,可以结合感知传感器(如摄像头或激光雷达)提供的外部参照信息,以综合判断机器人的位置信息。

从传感器获取的数据需要使用滤波器对原始信号进行处理。在状态估计中,常采用多传感器数据融合技术,对来自不同传感器的数据进行综合处理,提高姿态和受力感知的精度和可靠性。最常用方法是卡尔曼滤波器及其各种改进形式。

作为一种线性递归滤波器,卡尔曼滤波可融合多传感器的信息,充分利用系统状态之间的线性关系,从有噪声的测量中估计未知变量的最优值。它使用递归的方法估计过程的状态,并使其估计均方误差最小。这种方法可以实时估计四足机器人的位姿、速度和加速度等状态信息。

2.5.3 基于模型的控制方法

四足机器人基于模型的控制方法是目前应用

广泛的方法之一。这种方法的核心思路是首先对机器人和环境进行精确建模,然后通过规划机器人的工作任务和运动轨迹,再利用相关传感器反馈机器人当前实时状态,根据反馈信息和规划任务,通过控制算法调整机器人的运动状态,使其尽可能完成规划任务和运动轨迹。

(1)控制模型。在四足机器人基于模型的控制方法中,常用的模型主要包括以下几种:

①多刚体动力学模型。通过牛顿-欧拉方程或拉格朗日方程建立机器人关节力矩与机器人运动状态(位置、速度、加速度)之间的关系。但此类方法受到机器人自由度增加造成模型难以简化的影响,只适用于相对不复杂的机器人系统。

②弹簧加载倒立摆模型(Spring loaded inverted pendulum, SLIP)。弹簧加载倒立摆模型是一种简化的动力学模型,用来近似描述四足机器人的运动状态。SLIP模型考虑到四足机器人四肢相对于机体的质量都较小,因此在建模时忽略掉腿的质量和惯量,将四足机器人的单条腿简化为单自由度的具有弹性和阻尼的无质量、无惯量的单杆结构。将四足机器人模型简化为一个具有弹簧质量块的倒立摆系统,其中包含一个质量块(代表机器人质心)、一个弹簧(模拟腿的弹性储能)和一个阻尼器(模拟能量耗散),通过调整弹簧阻尼的参数(如刚度、阻尼等)控制机器人的步态和稳定性。

SLIP模型抓住了四足机器人运动的关键动力学特征,在保留四足机器人的运动动态特性基础上,降低了模型的复杂程度。基于SLIP模型分析的特点是考虑机器人的步态在整个周期的稳定,而不是要求机器人在任意时刻的稳定,更符合实际的控制要求。例如,对四足动物的对角小跑步态,按ZMP的稳定分析方法是不稳定的,然而四足动物可以实现稳定的行进,利用SLIP模型可以很好地解释这一现象。

③虚拟模型。另外一种常用的模型是Pratt^[24]提出的虚拟模型控制(Virtual model control, VMC)。VMC方法是通过建立机器人的虚拟模型(将机器人简化为对虚拟刚体高度、速度和姿态的独立控制),根据机器人期望的运动轨迹,计算出虚拟模型中的虚拟力,然后利用力等效关系将各个虚拟力换算到各个关节上,得到期望的关节力矩作为电机的控制输入,控制实际机器人

能够跟踪虚拟模型的期望轨迹。

VMC方法的核心方程是机器人躯干的期望虚拟力与地面反力之间的静态静力平衡,因此是一种准静态控制方法,适用于机器人速度较低的运动。该方法优点在于在计算时不需要考虑机器人复杂的动力学关系,在很小的计算量下便可以实现对机器人良好的力控特性。缺点是仅对系统进行了静力分析,未考虑系统动力学,且忽略了机器人腿部的质量,不适用于高速动态运动。

(2)控制策略。在基于模型的控制方法中,有多种控制策略可以选择,包括模型预测控制(Model predictive control, MPC)、线性二次调节器(Linear quadratic regulator, LQR)、自适应控制(Adaptive control)和滑模控制(Sliding mode control, SMC)等。目前,MPC逐渐运用到了四足机器人的运动控制中,取得了较好的运动控制效果。

MPC是一种能优化目标和约束的控制方法,以驱动系统跟随给定的参考轨迹为核心目标。核心思想是通过建立机器人的运动模型,预测系统的未来行为(输出值),并根据这些预测来确定当前时刻应采取的最佳控制(输入值),以最小化某个性能指标(如能量消耗、姿态误差等)。上述过程在每次迭代中重复进行,每到一个新的采样时刻,系统都要根据最新实测输出数据对预测输出值做出修正,构成了闭环优化。因此,在当前被控对象的内部不稳定性、扰动的影响下,系统也可以向更好的方向不断调整和补偿。

MPC的目标是使系统的输出达到期望值,同时满足一些约束条件(如输入限制、输出限制、状态限制等),不需要建立复杂的非线性机器人模型,因此MPC适合处理具有非线性、约束和不确定性的系统。

基于MPC的四足机器人控制中,MPC使用简化的四足机器人单刚体模型,将机器人动力学简化为凸优化问题,利用二次规划(Quadratic programming, QP)实现机器人足端期望接触力的优化与求解。具体流程如下:

①建立四足机器人连续模型

忽略四足机器人腿部质量,将四足机器人简化为单刚体模型。四足机器人质心在世界坐标系下的位置 P 、速度 \dot{P} 、机体的姿态 ϕ (欧拉角)、角速度 ω 为状态向量(12维)。

基于牛顿-欧拉方程,假设四足机器人俯仰角与滚转角近似为0,机器人质心高度不变,则动力学系统可以建模为:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P \\ \phi \\ \dot{P} \\ \omega \\ -g \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 1_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & R_z(\phi) & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & S_g \end{bmatrix}}_{A_c(\phi)} \begin{bmatrix} P \\ \phi \\ \dot{P} \\ \omega \\ -g \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 1_{3 \times 3} & 1_{3 \times 3} & \dots & 1_{3 \times 3} \\ m & m & \dots & m \\ I^{-1}r_1 \times I^{-1}r_2 & \times I^{-1}r_n & & \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \end{bmatrix}}_{B_c} \underbrace{\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}}_{u(t)} \quad (17)$$

式中: I 为四足机器人在世界坐标系下的惯性张量; r_i 为机器人第*i*个腿与地面接触点相对机器人质心的位置; f_i 为第*i*个腿的足端受到地面的反作用力。

②进行四足机器人模型的离散化处理

$$\text{定义 } x = \begin{bmatrix} P \\ \phi \\ \dot{P} \\ \omega \\ -g \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

以固定时间间隔 Δt 进行离散化,将相关的状态变量和控制变量组合成状态空间方程形式,得到:

$$\dot{x}(t) = A_c(\phi)x(t) + B_c(r_1, \dots, r_n, \phi)u(t) \quad (18)$$

经过简化,方程只将偏航角和四足机器人足端坐标作为变量,求解最优的足底力 $u(t)$, 由于 Δt 很小,为方便计算使用近似化离散方法:

$$A_d = I + \Delta t A_c$$

$$B_d = \Delta t B_c$$

近似离散化后状态变换形式,如下式所示:

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \quad (19)$$

③确定模型预测控制性能指标和系统约束

数值优化求解的主要思路是把预测时域内的目标值与预测轨迹的整体误差和足端受力的和尽可能小,因此建立反映目标期望值与预测轨迹偏差的代价函数:

$$J(x, u) = \min \sum_{k=0}^{N-1} \|x_{k+1} - x_{k+1,ref}\| Q_k + \|u_k\| R_k \quad (20)$$

式中: $x_{k+1,ref}$ 为第*k*+1时刻的系统期望状态轨迹; x_{k+1} 为第*k*+1时刻在控制输入*u*下系统模型预测得到的状态; u_k 为第*k*时刻控制输入(足底力); Q_k 和 R_k 为对角矩阵,表示权重。

约束条件有两个:一是由于系统输入导致的状态变换,由式(19)表示;二是四足机器人足端的力学约束,当机器人足端与地面接触时,为防止打滑,足端受力须满足近似摩擦锥要求。当足端处于摆动状态时,不存在接触,足端受力为0。

④实现模型预测控制优化求解

在得到标准的二次规划形式后,可以采用众多开源的二次规划求解器进行求解,得到最优的控制输入,即足底力。再根据腿部雅克比矩阵的转置,即可以求得各关节控制力矩。

可见,MPC的核心在于它将控制问题转化为一个有限时间范围内的优化问题,允许考虑未来的约束和目标,通过持续的预测和优化,实现了对系统动态行为的前瞻性和适应性控制。

(3)基于全身运动控制

四足机器人是一个多输入多输出的间歇欠驱动系统,MPC控制策略思路是在欠驱动情况下保证机器人控制的状态在合理的变动范围内,从而在机器人可驱动状态下提前做好准备。全身运动控制(Whole body control, WBC)的主要思路是将一个复杂的机器人控制任务,分解成不同的子任务,并根据重要程度划分优先级,低优先级任务不应该影响高优先级任务的执行。在四足机器人行进过程中,以下4个控制任务,优先级依次递减:支撑腿落足点无打滑、机体质心跟随期望姿态和速度、机体质心跟随期望位置和速度、摆动腿足端跟随摆动轨迹。

基于零空间映射,WBC控制器将低优先级的任务投影到高优先级上,实现多任务执行,结合MPC控制器的最优化足底力,代入动力学方程等式约束和接触力不等式约束,计算出系统运动的最优关节扭矩,最终实现具有优先级的多任务执行和高速动态的运动。

综合以上内容,在具体控制中四足机器人运动控制框架如图5所示。

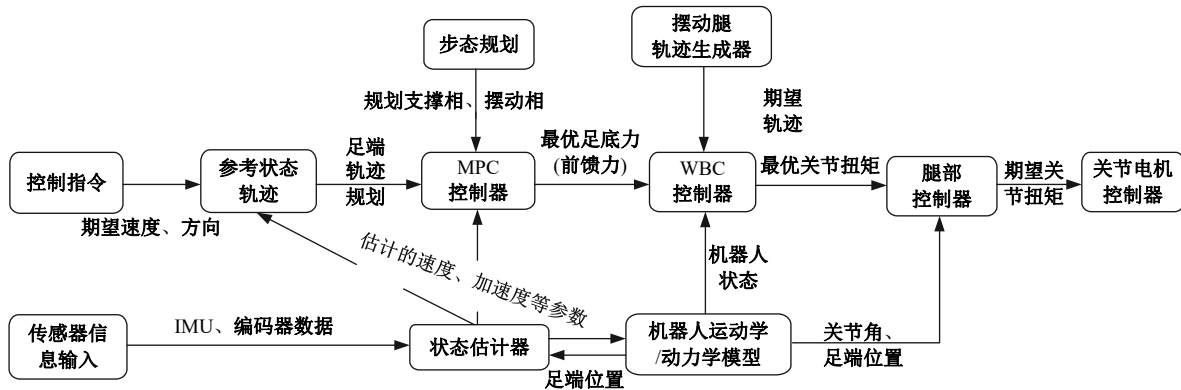


图5 四足机器人运动控制框架图

Fig. 5 Motion control framework for quadruped robots

3 研究展望

对四足机器人而言,研究的目标就是模仿以至超越自然界中四足生物的运动能力、对环境的适应能力。在四足机器人运动及稳定控制研究中,在理论层面还没有一种计算量低且可以适用各类复杂情况的普遍方法。在实际的研究中,需要针对不同的情境,提出不同的机器人平衡控制策略。特别是在面对冲击、打滑、障碍等较大扰动 的情况下,能否实现四足机器人运动控制的鲁棒性,仍然具有很大的挑战性。

基于四足机器人运动及稳定控制关键技术,未来研究的关键在于以下几个方面:

(1) 基于更强的抗冲击及地形适应能力的仿生机构的创新设计。

(2) 基于生物肌肉性能 的关节驱动器突破。

(3) 基于生物运动控制机理的更深入研究 的控制方法。

(4) 基于连续自由步态下面对复杂环境的视觉、触觉、平衡器官等多传感信息融合、姿态控制和步态规划的联动控制方法。

(5) 基于深度学习、强化学习等智能算法,从被动的学习向主动学习转化,面向未知的环境和不可预估的场景下,具备自主识别和适应能力的更高阶智能控制方法。

(6) 面对复杂多变的移动环境,可自重构式机器人是足式机器人发展的新思路。沙地、沼泽、山路、涉水等不同环境,可以有不同的移动机构、运动形式相适应,面对实际应用场景和任务,基于重构机构的足式机器人也将有更大的应用和发展空间。

参考文献:

- [1] Hirose S, Kato K. Study on quadruped walking robot in Tokyo Institute of Technology—past, present and future[C]//IEEE International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, USA, 2000: 414-419.
- [2] Tee T W, Low K H, Ng H Y, et al. Mechatronics design and gait implementation of a quadruped legged robot[C]//IEEE International Conference on Control, Hangzhou, China, 2003: 826-832.
- [3] Huang Y, Meijer O G, Lin J, et al. The effects of stride length and stride frequency on trunk coordination in human walking[J]. *Gait & Posture*, 2010, 31(4): 444-449.
- [4] Mcghee R B, Frank A A. On the stability properties of quadruped creeping gaits[J]. *Mathematical Bioences*, 1968, 3(1): 331-351.
- [5] Messuri D, Klein C A. Automatic body regulation for maintaining stability of a legged vehicle during rough-terrian locomotion[J]. *IEEE Journal of Robotics & Automation*, 1985, 1(3): 132-141.
- [6] Hirose S, Tsukagoshi H, Yoneda K. Normalized energy stability margin and its contour of walking vehicles on rough terrain[C]//The IEEE International Conference on Robotics & Automation, Seoul, South Korea, 2001: 181-186.
- [7] Pack D J, Kang H. An omnidirectional gait control using a graph search method for a quadruped walking robot[C]//The IEEE International Conference on Robotics & Automation, Nogoya, Japan, 1995: 988-993.
- [8] 王新杰, 李培根, 陈学东, 等. 四足步行机器人关节位姿和稳定性研究[J]. *中国机械工程*, 2005, 16(17): 1561-1566.
Wang Xin-jie, Li Pei-gen, Chen Xue-dong, et al.

- Research on joint posture and stability of quadruped walking robot[J]. *China Mechanical Engineering*, 2005, 16(17): 1561-1566.
- [9] 伍科布拉托维奇. 步行机器人和动力型假肢[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
- [10] Lin B S, Song S M. Dynamic modeling, stability and energy efficiency of a quadrupedal walking machine[C]//The IEEE International Conference on Robotics & Automation, Atlanta, USA, 2001: 367-373
- [11] Won M, Kang T H, Chung W K. Gait planning for quadruped robot based on dynamic stability: landing accordance ratio[J]. *Intelligent Service Robotics*, 2009, 2(2): 105-112.
- [12] Hoyt D F, Taylor C R. Gait and the energetics of locomotion in horses[J]. *Nature*, 1981, 292: 239-240.
- [13] Alexander R M. The maximum forces exerted by animals[J]. *Journal of Experimental Biology*, 1985, 115: 231-238.
- [14] Pratt G A, Williamson M M. Series elastic actuators [C]//IEEE International Conference on Intelligent Robots & Systems, Pittsburgh, USA, 1995: 399-406.
- [15] Au S K, Weber J, Herr H. Powered ankle-foot prosthesis improves walking metabolic economy[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 25(1): 51-66.
- [16] Wolf S, Hirzinger G. A new variable stiffness design: matching requirements of the next robot generation [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Zhangjiajie, China, 2008: 1741-1746.
- [17] Paul R P. *Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control*[M]. Cambridge: The MIT Press, 1981.
- [18] Mcghee R B, Iswandhi G I. Adaptive locomotion of a multilegged robot over rough terrain[J]. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, 1979, 9(4): 176-182.
- [19] Fukuoka Y, Kimura H, Hada Y, et al. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on irregular terrain by using neural system model[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems, Takamatsu, Japan, 2000: 979-984.
- [20] Buehler M, Playter R, Raibert M. Robots step outside[C]//International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines (AMAM), Ilmenau, Germany, 2005: 1-4.
- [21] Raibert M, Blankespoor K, Nelson G, et al. Big-Dog, the rough-terrain quadruped robot[C]//World Congress, Seoul, South Korea, 2008: 10822-10825.
- [22] Albiez J, Kerscher T, Grimminger F, et al. PANTER-prototype for a fast-running quadruped robot with pneumatic muscles[C]//Proceedings of the 6th International Conference on Climbing and Walking Robots (CLAWAR), Moscow, Russia, 2003: 107411282.
- [23] Masuda K, Shimizu M, Narioka K, et al. 1P1-O15 realization of the dynamic locomotion with a quadruped robot based on the musculoskeletal system driven by pneumatic artificial muscles(biorobotics)[J]. *The Proceedings of JSME annual Conference on Robotics and Mechatronics*, 2011, 4: 1-4.
- [24] Pratt J E. *Virtual Model Control of a Biped Walking Robot*[M]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1995.