

# 考虑腹杆变形的钢桁腹组合箱梁挠度计算方法

王方旭, 刘世忠, 杨霞林, 姜 宁, 刘欣益, 马 驰

(兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070)

**摘 要:**为分析腹杆变形对钢桁腹组合箱梁挠曲性能的影响,首先,从顶板、底板、腹杆以及组合箱梁截面转角出发建立位移函数,采用能量变分法求得组合箱梁挠曲位移表达式;其次,基于有限梁段法推导组合箱梁的梁段分析单元刚度矩阵及节点荷载列阵,求解组合箱梁挠曲位移;再次,分析组合箱梁在不同荷载工况下的挠曲特性,并与初等梁理论进行对比;最后,分析高跨比、腹杆直径、腹杆壁厚及腹杆倾角等构造参数对附加挠度的影响。结果表明,腹杆变形对钢桁腹组合箱梁挠度的影响不可忽略,采用初等梁理论计算组合箱梁挠度的最大误差达到了 27.75%。在影响腹杆变形的构造参数中,腹杆壁厚对附加挠度的影响最大,随后依次是腹杆直径、高跨比和腹杆倾角。此外,附加挠度占比与高跨比及腹杆倾角呈正相关,与腹杆直径及腹杆壁厚呈负相关。

**关键词:**桥梁与隧道工程;腹杆变形;挠度;能量变分法;有限梁段法

**中图分类号:**U443.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2025)08-2619-11

**DOI:**10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20231193

## Calculation method of deflection of composite box beam with considering the deformation of the steel truss web

WANG Fang-xu, LIU Shi-zhong, YANG Xia-lin, JIANG Ning, LIU Xin-yi, MA Chi

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** To analyze the influence of steel truss web deformation on the deflection of the steel truss composite box beam. Firstly, establishing displacement functions based on the rotation angle of the top flange, bottom flange, steel truss web, and composite box beam section, the expression of deflection displacement of composite box beam was obtained by energy variational method. Secondly, the beam segment analysis element stiffness matrix and nodal load array were derived based on the finite beam segment method, and the deflection displacement of the composite box beam was solved. Thirdly, the deflection of the composite box beam under different load conditions for the composite box beam were analyzed and compared with the elementary beam theory. Lastly, the influence of structural parameters such as height-span ratio, diameter of steel truss web, wall thickness of steel truss web and tilt angle of steel truss web on additional deflection were analyzed. The results show that, the influence of the deformation of the steel truss web deformation on the deflection of the composite box beam cannot be

收稿日期:2023-11-02.

基金项目:国家自然科学基金项目(51868040,52268027);四川省自然科学基金项目(2022NSFSC0427).

作者简介:王方旭(1988-),男,博士研究生.研究方向:组合箱梁力学性能. E-mail: 137276178@qq.com

ignored, the maximum deflection error of the composite box beam was 27.75% by using the elementary beam theory. Among the structural parameters influence the deformation of the steel truss web, the wall thickness of steel truss web has the greatest influence on the additional deflection, followed by the diameter of steel truss web, the height-span ratio and the tilt angle of steel truss web. In addition, the additional deflection ratio was positively correlated with the height-span ratio and tilt angle of steel truss web, negatively correlated with the diameter of steel truss web and wall thickness of steel truss web.

**Key words:** bridge and tunnel engineering; steel truss web deformation; deflection; energy variational method; finite beam segment method

## 0 引言

钢桁腹组合箱梁由空间钢管桁架、钢筋混凝土顶板和底板及节点组成<sup>[1]</sup>,因其有效解决薄壁箱梁腹板开裂<sup>[2]</sup>,并兼具减轻结构自重<sup>[3]</sup>、增加跨度、抗风性能强<sup>[4]</sup>等优势,已被应用于桥梁工程实践。通常情况下,将腹杆通过节点与顶板、底板连接可增强两者之间的界面剪切<sup>[5]</sup>,将混凝土填充到受压腹杆中可提高钢管桁架的弯曲<sup>[6]</sup>和压缩性能<sup>[7]</sup>,相较于空心钢管桁架,受压腹杆中的混凝土不仅有助于避免腹杆的局部屈曲<sup>[8]</sup>,还提升了组合结构的抗弯刚度<sup>[9]</sup>。此外,钢管混凝土桁架还具备出色的耐高温性能<sup>[10]</sup>以及较高的轴向和弯曲强度<sup>[11]</sup>。

近年来,众多学者对钢桁腹组合箱梁的弯曲性能进行了深入研究。Chen等<sup>[12]</sup>的试验表明,反三角桁架具有最佳的弯曲刚度。Feng等<sup>[13]</sup>基于数值仿真研究了钢管混凝土桁架的弯曲行为,并提出了多平面反三角桁架的最优设计参数。Huang等<sup>[14]</sup>通过试验和数值仿真研究了不同界面缺陷的钢管混凝土桁架的弯曲性能。Zhou等<sup>[15]</sup>对圆形混凝土填充钢管桁架不同位置的弯曲行为进行了试验研究。Huang等<sup>[16]</sup>结合试验梁失效模式,并参考欧洲规范,计算了钢管桁架中节点的剪力,并提出了钢管混凝土桁架弯矩承载力设计的估算方程。陈建兵等<sup>[17]</sup>对钢桁腹组合箱梁的挠度计算进行了理论推导和数值仿真,结果显示剪切变形对挠度影响较大,而剪力滞效应引起附加挠度仅为总挠度的1.2%。李丽园<sup>[18]</sup>对波形钢腹板组合箱梁的研究结果表明,剪力滞效应对挠度的影响仅为钢腹板剪切变形影响的1/10。但腹杆作为不连续的腹板结构,其轴向变形会引起箱梁产生纵向附加位移和竖向附加挠度,同时也是节点平动和转动的关键因素<sup>[19]</sup>,现行理论计算常

规处理方法是将其等效为钢腹板<sup>[17]</sup>,忽略节点变形对挠度的影响。但是,腹杆变形引起的剪切变形和节点变形会导致顶板、底板、腹杆和组合箱梁截面转角的差异,现有文献中数值仿真通常将节点视为刚接,考虑腹杆剪切变形而忽略节点变形对附加挠度的影响。因此,亟需一种能从理论上反映腹杆变形对钢桁腹组合箱梁挠度影响的计算方法。

本文针对斜腹杆钢桁腹组合箱梁,建立了适合其特有受力模式的位移函数。利用能量变分法结合有限梁段法计算了考虑腹杆变形的钢桁腹组合箱梁竖向挠度,建立了考虑节点细部构造的有限元模型,并分析了高跨比、腹杆直径、腹杆壁厚和腹杆倾角对附加挠度的影响。

## 1 组合箱梁挠曲控制微分方程

### 1.1 初等梁理论

初等梁理论(又称Euler梁理论)<sup>[18]</sup>描述了梁在小挠度和小应变情况下的力学行为。基本假设包括横截面在弯曲时保持平面,只考虑小挠度和小应变,横截面各点的材料均匀且各向同性,适用于细长、质量均匀的横截面。其弯曲方程为:

$$M = EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (1)$$

式中: $M$ 为梁截面上的弯矩; $E$ 为材料弹性模量; $I$ 为截面的惯性矩; $w$ 为梁的挠曲位移函数; $x$ 为梁的纵向坐标。

### 1.2 基本假定

钢桁腹组合箱梁的顶板、底板主要抗弯,而腹杆主要抗剪,且节点部位受力复杂,使得该类梁挠曲位移模式不符合一般的Euler梁。同时,由于复杂变形使得顶板、底板、腹杆、箱梁截面的竖向挠曲转角存在差异,因此,对该类梁的挠曲位移模式进行分析时,做如下基本假定:

(1) 结构处于弹性阶段,混凝土顶、底板弹性阶段拟平截面假定成立;

(2) 组合箱梁的混凝土顶、底板竖向挠曲变形相同;

(3) 忽略腹杆与顶、底板连接处的剪切滑移;

(4) 忽略剪力滞效应。

### 1.3 组合箱梁位移函数

钢桁腹组合箱梁示意图如图 1 所示,变形示意图如图 2 所示,选取  $\alpha(x)$ 、 $\theta(x)$ 、 $w'(x)$  3 个转角位移函数反映组合箱梁承受任意荷载下的变形。设  $w(x)$  为组合箱梁竖向挠度; $w'(x)$  为顶、底板的竖向挠曲转角(线段 13 与  $z$  轴的夹角); $\alpha(x)$  为节点转角(线段 25 与  $z$  轴的夹角); $\theta(x)$  为节点域以外腹杆转角(腹杆中心线与弦杆交界处连线即线段 34 与  $z$  轴夹角);变形前点 1~6 均位于  $z$  轴上。

组合箱梁横截面示意图如图 3 所示。图 3 中,坐标原点  $o$  位于截面形心处, $y$ 、 $z$  为横截面的形心

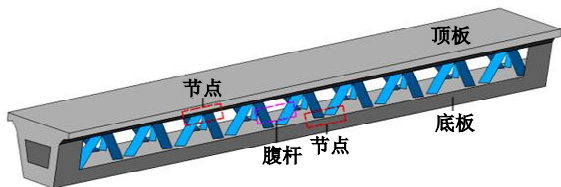


图 1 钢桁腹组合箱梁示意图

Fig. 1 Diagram of composite box beam with steel truss web

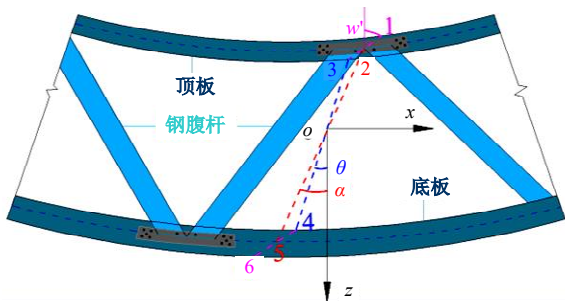


图 2 变形示意图

Fig. 2 Deformation diagram

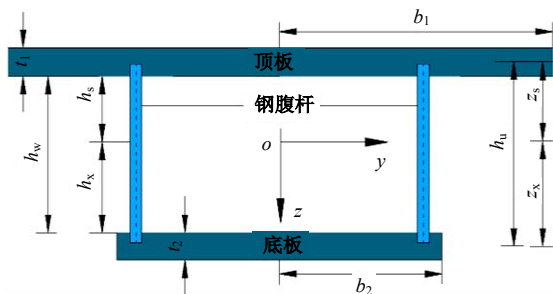


图 3 组合箱梁横截面示意图

Fig. 3 Diagram composite box beam cross-section

主惯性轴, $b_1$ 、 $b_2$  分别为顶板、底板的 1/2 宽度, $h_s$ 、 $h_x$  分别为截面形心到顶板底面、底板顶面的距离, $h_w$  为顶、底板间净距, $z_s$ 、 $z_x$  分别为截面形心到顶、底板中心的距离。

由图 2、图 3 可得,顶、底板的纵向位移  $u_s$  和  $u_x$  分别为:

$$u_s(z, x) = z_s \alpha(x) - (z + z_s) w'(x) \quad (2)$$

$$u_x(z, x) = -z_x \alpha(x) - (z - z_x) w'(x) \quad (3)$$

由式(2)、式(3)可得  $\theta(x)$  为:

$$\theta(x) = \frac{u_s(-h_s, x) - u_x(h_x, x)}{h_s + h_x} = \lambda \alpha(x) + (1 - \lambda) w'(x) \quad (4)$$

式中: $\lambda = (z_s + z_x) / (h_s + h_x) = h_u / h_w$ 。

由式(2)~式(4)可得,腹杆任意点的纵向位移  $u_w$  为:

$$u_w(z, x) = u_s(-h_s, x) - (z + h_s) \theta(x) = [z_s - \lambda(z + h_s)] \alpha(x) - [(z_s - h_s) - \chi(z + h_s)] w'(x) \quad (5)$$

式中: $\chi = \lambda - 1$ 。

### 1.4 腹杆等效换算

基于剪切变形相等原则将不连续的钢桁腹杆换算为钢腹板。如图 4 所示,假设斜腹杆长为  $l_1$ ,其竖向高度与水平投影长度分别为  $h_3$  和  $b_3$ ,钢桁腹杆竖向夹角为  $\beta$ 。

钢桁腹杆在剪力  $V$  的作用下,节点  $X_2$  相对于  $X_1$  的位移  $\eta_1$  为:

$$\eta_1 = \frac{\Delta l_1}{\cos \beta} = \frac{V l_1}{E_s A_0 \cos^2 \beta} = \frac{V l_1^3}{E_s A_0 h_3^2} \quad (6)$$

式中: $\Delta l_1$  为钢桁腹杆轴向伸长量; $E_s$  为钢材弹性模量; $A_0$  为钢桁腹杆横截面积。

等效钢腹板在剪力  $V$  的作用下位移为  $\eta_2$ ,根据剪切变形相等原则可得:

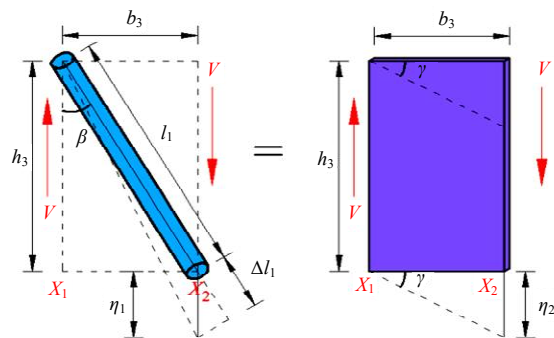


图 4 腹杆等效换算

Fig. 4 Equivalent conversion of steel truss web

$$\eta_2 = b_3 \gamma = \frac{b_3 V}{G_w A_w} = \frac{b_3 V}{G_w h_3 t_w} = \eta_1 \quad (7)$$

式中:  $G_w$  为钢材剪切模量;  $A_w$  为等效钢腹板的横截面面积,  $A_w = h_3 t_w$ ;  $t_w$  为等效钢腹板的厚度。

由式(6)、式(7)可得  $t_w$  为:

$$t_w = \frac{E_s b_3 h_3 A_0}{G_w l_1^3} = \frac{2(1 + \mu_s) b_3 h_3 A_0}{l_1^3} \quad (8)$$

式中:  $\mu_s$  为钢材的泊松比。

### 1.5 控制微分方程

由式(2)~式(5)可得:

顶板正应变  $\epsilon_x^t$  为:

$$\epsilon_x^t = z_s \alpha'(x) - (z + z_s) w''(x) \quad (9)$$

底板正应变  $\epsilon_x^b$  为:

$$\epsilon_x^b = -z_x \alpha'(x) - (z - z_x) w''(x) \quad (10)$$

腹板剪应变  $\gamma_w$  为:

$$\gamma_w = \lambda(w'(x) - \alpha(x)) \quad (11)$$

组合箱梁的总势能  $\Pi$  为:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} E_c \int_l (I_{y0} \alpha'^2 + I_{yc} w''^2) dx + \\ & \frac{1}{2} G_w \int_l \lambda^2 A_w (w' - \alpha)^2 dx - \int_0^l q(x) w(x) dx \end{aligned} \quad (12)$$

其中:

$$I_{y0} = z_s^2 A_s + z_x^2 A_x \quad (13)$$

$$I_{yc} = \frac{1}{12} t_1^2 A_s + \frac{1}{12} t_2^2 A_x \quad (14)$$

式中:  $A_s$ 、 $A_x$  分别为组合箱梁顶板、底板横截面面积;  $q(x)$  为外荷载。

由最小势能原理  $\delta \Pi = 0$ , 可得:

$$\begin{aligned} \delta \Pi = & - \int_0^l [E_c I_{y0} \alpha'' + \lambda^2 G_w A_w (w' - \alpha)] \delta \alpha dx + \\ & \int_0^l [E_w I_{yc} w'''' - \lambda^2 G_w A_w (w'' - \alpha') - q] \delta w dx + \\ & E_w I_{y0} \alpha' \delta \alpha \Big|_0^l + E_c I_{yc} w'' \delta w \Big|_0^l + \\ & [\lambda^2 G_w A_w (w' - \alpha) - E_c I_{yc} w'''] \delta w \Big|_0^l \end{aligned} \quad (15)$$

控制微分方程为:

$$E_c I_{yc} w'''' - \lambda^2 G_w A_w (w'' - \alpha') = q \quad (16)$$

$$E_c I_{y0} \alpha'' + \lambda^2 G_w A_w (w' - \alpha) = 0 \quad (17)$$

边界条件为:

$$E_c I_{yc} w'' \delta w \Big|_0^l = 0 \quad (18)$$

$$E_c I_{y0} \alpha' \delta \alpha \Big|_0^l = 0 \quad (19)$$

$$[\lambda^2 G_w A_w (w' - \alpha) - E_c I_{yc} w'''] \delta w \Big|_0^l = 0 \quad (20)$$

由边界条件可知, 顶板和底板变形产生的弯矩  $M_a$  为:

$$M_a = E_c I_{y0} \alpha' \quad (21)$$

顶板和底板绕自身中心的弯矩  $M_w$  为:

$$M_w = E_c I_{yc} w'' \quad (22)$$

由式(16)、式(17)可得:

$$w^{(6)} - k^2 w^{(4)} = \frac{q}{k_0} + \frac{q''}{E_c I_{yc}} \quad (23)$$

其中:

$$k^2 = \frac{\lambda^2 G_w A_w I_y}{E_c I_{yc} I_{y0}} \quad (24)$$

$$k_0 = \frac{E_c^2 I_{yc} I_{y0}}{\lambda^2 G_w A_w} \quad (25)$$

微分方程(23)的解为:

$$\begin{aligned} w(x) = & C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + \\ & C_5 \cosh kx + C_6 \sinh kx + C_0 x^4 \end{aligned} \quad (26)$$

式中:  $C_0 x^4$  为均布荷载作用时的特解;  $C_1 \sim C_6$  为积分常数。

求出  $w(x)$ 、 $\alpha(x)$ 、 $\theta(x)$ , 便可求出  $w_0$ 。

## 2 利用单元刚度矩阵求解位移函数

为求解  $w(x)$ 、 $\alpha(x)$ 、 $\theta(x)$ , 建立 2 节点 6 自由度的梁段单元, 如图 5 所示。

位移向量  $\delta^e$  及其所对应的力向量  $F^e$  分别为:

$$\delta^e = [w_i \ w'_i \ \alpha_i \ w_j \ w'_j \ \alpha_j]^T \quad (27)$$

$$F^e = [Q_i \ M_{wi} \ M_{ai} \ Q_j \ M_{wj} \ M_{aj}]^T \quad (28)$$

式中:  $w_i$  和  $w_j$  分别为梁段单元  $i$  端和  $j$  端的竖向位移;  $w'_i$  和  $w'_j$  分别为梁段单元  $i$  端和  $j$  端顶、底板截面形心的转角;  $\alpha_i$  和  $\alpha_j$  分别为梁段单元  $i$  端和  $j$  端顶、底板绕各中心的转角;  $Q_i$  和  $Q_j$  分别为梁段单元  $i$  端和  $j$  端截面的全部剪力;  $M_{wi}$  和  $M_{wj}$  分别为梁段单元  $i$  端和  $j$  端顶、底板绕截面形心转动产生的弯矩;  $M_{ai}$  和  $M_{aj}$  分别为梁段单元  $i$  端和  $j$  端顶、底板绕各自中心转动产生的弯矩。

由式(18)、式(19)可得:

$$\frac{E_c I_{yc} I_{y0}}{\lambda^2 G_w A_w} w^{(4)} - E_c I_{yc} w'' - \frac{q(x) E_c I_{y0}}{\lambda^2 G_w A_w} = M(x) \quad (29)$$

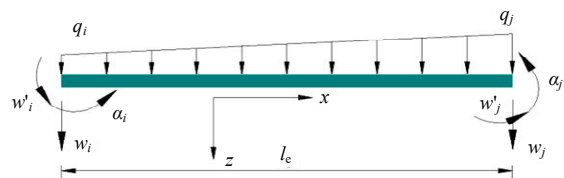


图 5 有限梁段模型

Fig. 5 Finite beam segment model

对无载梁段:

$$M(x) = -2E_c I_y C_3 - 6E_c I_y C_4 x \quad (30)$$

由式(20)可得:

$$\alpha(x) = w' - \frac{E_c I_y w'''}{\lambda^2 G_w A_w} - \frac{Q}{\lambda^2 G_w A_w} \quad (31)$$

求解  $\alpha(x)$  可得:

$$\alpha(x) = C_2 + 2C_3 x + C_4(6\zeta + 3x^2) + C_5 \zeta \sinh kx + C_6 \zeta \cosh kx \quad (32)$$

其中:

$$\zeta = \frac{E_c I_{y0}}{\lambda^2 G_w A_w} \quad (33)$$

$$\varsigma = -k \frac{I_{yc}}{I_{yc}} \quad (34)$$

由式(26)、式(30)可得:

$$Q = M'(x) = 6E_c I_y C_4 \quad (35)$$

$$M_{wi} = -E_c I_{yc} (2C_3 + 6C_4 x + k^2 C_5 \cosh kx + k^2 C_6 \sinh kx) \quad (36)$$

$$M_{ai} = -E_c I_{y0} (2C_3 + 6C_4 x + kC_5 \cosh kx + kC_6 \sinh kx) \quad (37)$$

将式(27)改写为:

$$\delta^e = A_E C \quad (38)$$

向量  $C$  及  $A_E$  分别为:

$$C = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ C_6]^T \quad (39)$$

$$A_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & k \\ 0 & 1 & 0 & 6\zeta & 0 & \varsigma \\ 1 & l & l^2 & l^3 & \cosh kl & \sinh kl \\ 0 & 1 & 2l & 3l^2 & k \sinh kl & k \cosh kl \\ 0 & 1 & 2l & 6\zeta + 3l^2 & \varsigma \sinh kl & \varsigma \cosh kl \end{bmatrix} \quad (40)$$

将式(28)改写为:

$$F^e = B_E C \quad (41)$$

$$B_E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 6E_c I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2E_c I_{yc} & 0 & -k^2 E_c I_{yc} & 0 \\ 0 & 0 & -2E_c I_{y0} & 0 & -k\varsigma E_c I_{y0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6E_c I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2E_c I_{yc} & 6E_c I_{yc} l & B_{11} & B_{12} \\ 0 & 0 & 2E_c I_{y0} & 6E_c I_{y0} l & B_{13} & B_{14} \end{bmatrix} \quad (42)$$

式中:  $B_{11} = k^2 E_c I_{yc} \sinh kl$ ;  $B_{12} = k^2 E_c I_{yc} \cosh kl$ ;  $B_{13} = k\varsigma E_c I_{y0} \sinh kl$ ;  $B_{14} = k\varsigma E_c I_{y0} \cosh kl$ 。

将系数矩阵代入式(41)可得:

$$F^e = B_E A_E^{-1} \delta^e = K^e \delta^e \quad (43)$$

单元任一点处的位移列向量  $u^\delta$  为:

$$u^\delta = K_u A_E^{-1} \delta^e = N \delta^e = [\tau \ \tau' \ \alpha]^T \quad (44)$$

式中:  $K_u$  为位移向量  $u^\delta$  与系数矩阵  $C$  的连续矩阵。

位移形函数  $N$  为:

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} & N_{24} & N_{25} & N_{26} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} & N_{34} & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$K_u = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & \cosh kx & \sinh kx \\ 0 & 1 & 2x & 3x^2 & k \sinh kx & k \cosh kx \\ 0 & 1 & 2x & 6\zeta + 3x^2 & \varsigma \sinh kx & \varsigma \cosh kx \end{bmatrix} \quad (46)$$

根据虚功原理,可求得均布荷载作用时的等效节点荷载为:

$$F^{eq} = \int_0^l q N^T dx =$$

$$-q \int_0^l [N_{11} \ N_{12} \ N_{13} \ N_{14} \ N_{15} \ N_{16}]^T dx \quad (47)$$

$$F_q = [F_1^q \ F_2^q \ F_3^q \ F_4^q \ F_5^q \ F_6^q]^T \quad (48)$$

式中:

$$\begin{cases} F_1^q = F_4^q = \frac{ql}{2} \\ F_2^q = -F_5^q = \frac{ql^2 \nu}{12} \\ F_3^q = -F_6^q = \frac{ql^2(1-\nu)}{12} \end{cases} \quad (49)$$

$$\nu = \frac{6kl + \varsigma kl^2 + 12}{(\varsigma - k)kl^2} + \frac{12e^{kl}}{(1 - e^{kl})(\varsigma - k)l} \quad (50)$$

位移函数的求解,采用计算机软件编写程序进行。

### 3 算例分析

#### 3.1 工程背景

选取某工程实例为背景,主梁为单箱单室,单跨跨径为 35 m,顶板宽 8.5 m,底板宽 4.8 m,梁高 2.3 m,混凝土为 C50,钢桁腹杆为 Q345C 级钢管,规格为  $\phi 351 \times 16$ ,水平倾角为  $67^\circ$ ,节间距为 1.95 m。横截面如图 6 所示,单个节点细部参数如表 1 所示。

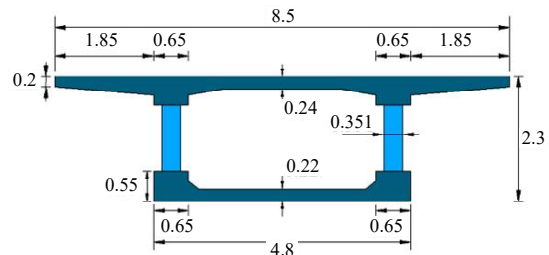


图 6 组合箱梁示意图(单位:m)

Fig. 6 Diagram of composite box beam (unit: m)

#### 3.2 位移函数求解

位移函数的求解,采用计算机软件 MATLAB 编写对应的梁段分析程序进行,全梁划分为 18 个

表 1 节点细部参数  
Table 1 Node details parameters

组件	几何尺寸/mm	数量	材料
腹杆	351×16	2	Q345C
开孔钢板	1 000×450×20	2	Q345C
对穿钢筋	25	2	2
键销钢筋	25	10	10
连接螺栓	M16	8	—

单元,两梁端各取一个 0.975 m 单元,其余 16 个单元均取 1.95 m,计算流程如图 7 所示。

### 3.3 有限元模型

采用 ANSYS 建立 2 个三维有限元分析模型:

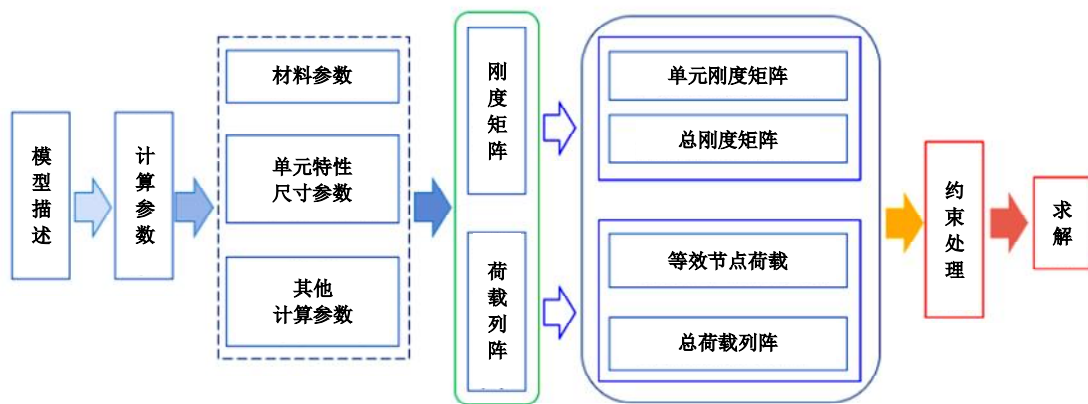


图 7 计算流程图

Fig. 7 Calculation flowchart diagram

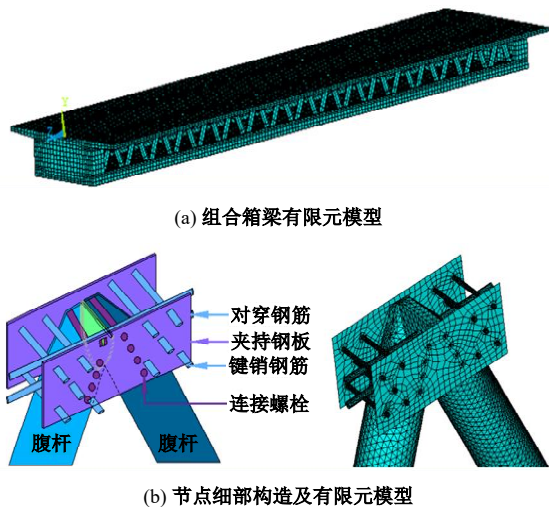


图 8 有限元模型

Fig. 8 Finite element model

### 3.4 结果分析

#### 3.4.1 挠度分析

选取简支梁受集中荷载(工况 I)、简直梁受均布荷载(工况 II)、连续梁受均布荷载(工况 III)进行挠度分析,根据《公路桥涵设计通用规范》

①腹杆与顶、底板刚性连接(ANSYS-M1);②腹杆与顶、底板利用考虑细部构造的节点连接(ANSYS-M2)。钢桁腹杆选用 SOLID187 单元模拟,顶板和底板选用 SOLID185 单元模拟,螺栓、夹持钢板、键销钢筋以及对穿钢筋选用 BEAM189 单元模拟,各部件的连接均采用节点自由度耦合,混凝土弹性模量  $E=3.45 \times 10^4$  MPa,泊松比  $\mu=0.2$ ,钢材弹性模量  $E=2.06 \times 10^5$  MPa,泊松比  $\mu=0.3$ ,有限元模型如图 8 所示。同时,对模型施加不同荷载,选取截面内力与理论值对比,验证模型的可靠性。

(JTG D60—2015)<sup>[20]</sup>,取集中荷载  $P=300$  kN,均布荷载  $q=10.5$  kN/m。以初等梁理论(Euler)、本文式(26)、ANSYS 计算结果作对比,其中 ANSYS 结果取顶板几何中心处。

#### (1) 简支梁集中荷载

在简支梁上施加集中荷载  $P=300$  kN,采用对称加载,加载简化示意图如图 9 所示,对比结果如图 10 所示。

由图 10 可知,本文计算与有限元吻合良好且有一定安全储备。初等梁计算结果与 ANSYS-M1 最大差值为 15.74%,与 ANSYS-M2 最大差值为 22.41%,与式(26)最大差值为 27.75%;以初等梁计算结果为参考,式(26)与 ANSYS-M1

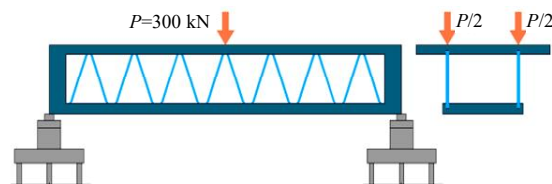


图 9 工况 I 加载简化示意图

Fig. 9 Simplified loading diagram of condition I

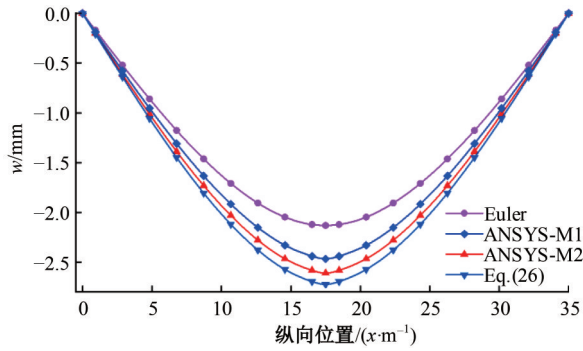


图 10 工况 I 荷载-挠度曲线

Fig. 10 Load-deflection curve in condition I

最大误差为 12.01%，与 ANSYS-M2 最大误差为 5.34%。结果说明，计算该类组合箱梁挠度时腹杆变形不可忽略。

(2) 简支梁均布荷载

在简支梁上施加均布荷载  $q=10.5 \text{ kN/m}$ ，采用对称加载，加载简化示意图如图 11 所示，对比结果如图 12 所示。

由图 12 可知，初等梁计算结果与 ANSYS-M1 最大差值为 12.34%，与 ANSYS-M2 最大差值为 19.47%，与式(26)最大差值为 24.62%；以初等梁计算结果为参考，式(26)与 ANSYS-M1 最大误差为 12.28%，与 ANSYS-M2 最大误差为 5.15%。

(3) 连续梁均布荷载

在连续梁上施加均布荷载  $q=10.5 \text{ kN/m}$ ，采

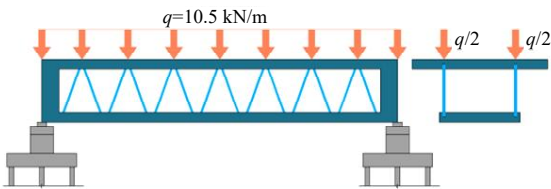


图 11 工况 II 加载简化示意图

Fig. 11 Simplified loading diagram of condition II

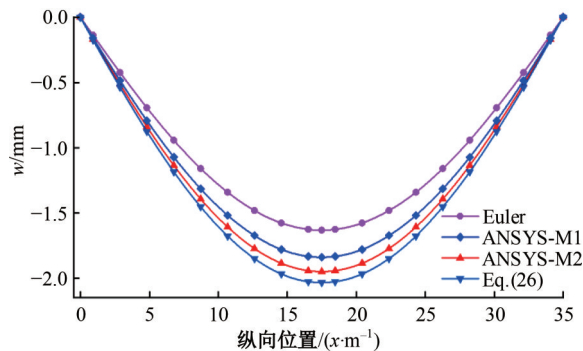


图 12 工况 II 荷载-挠度曲线

Fig. 12 Load-deflection curve in condition II

用对称加载，加载简化示意图如图 13 所示，对比结果如图 14 所示。

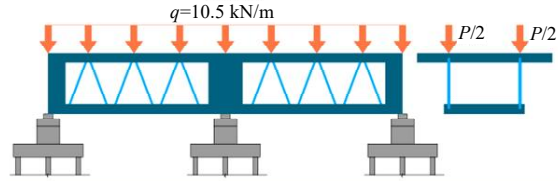


图 13 工况 III 加载简化示意图

Fig. 13 Simplified loading diagram of condition III

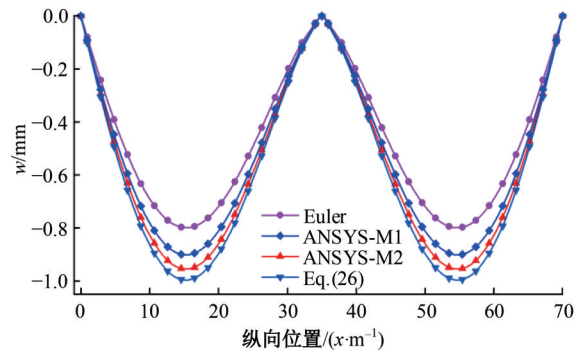


图 14 工况 III 荷载-挠度曲线

Fig. 14 Load-deflection curve in condition III

由图 14 可知，在连续梁均布荷载下，初等梁计算结果与 ANSYS-M1 最大差值为 11.91%，与 ANSYS-M2 最大差值为 18.41%，与式(26)最大差值为 23.61%；以初等梁计算结果为参考，式(26)与 ANSYS-M1 最大误差为 11.70%，与 ANSYS-M2 最大误差为 5.20%。

3.4.2 附加挠度分析

为定量分析腹杆变形引起的钢桁腹组合箱梁附加挠度( $w_f$ )，以初等梁理论计算挠度为基础，求出附加挠度占比为：

$$\rho = \frac{w - w_E}{w_E} \times 100\% = \frac{w_f}{w_E} \times 100\% \quad (51)$$

式中： $w$ 为本文计算值； $w_f$ 为附加挠度值； $w_E$ 为初等梁计算值。

不同工况下跨中挠度及附加挠度占比如表 2 所示。

由表 2 可知，3 种工况下，腹杆变形产生的跨中附加挠度为初等梁的 23.61%~27.75%；节点变形产生的跨中附加挠度为初等梁的 6.50%~7.13%；跨中挠度与 ANSYS-M2 之间的误差在 6% 以内。

结合图 10、图 12、图 14 可知，从支座到跨中附加挠度逐渐增大，这是因为腹杆变形不仅使得截面抗弯刚度减小，同样引起节点变形，从支座到

表 2 不同工况跨中挠度对比

Table 2 Comparison of mid-span deflection under different conditions

荷载形式	$w_i, \rho$	计算方法			
		Euler	ANSYS-M1	ANSYS-M2	Eq. (26)
简支梁	$w_i/mm$	-2.133	-2.469	-2.611	-2.725
集中荷载	$\rho/\%$	—	15.74	22.41	27.75
简支梁	$w_i/mm$	-1.633	-1.835	-1.951	-2.035
均布荷载	$\rho/\%$	—	12.34	19.47	24.62
连续梁	$w_i/mm$	-0.797	-0.892	-0.944	-0.985
均布荷载	$\rho/\%$	—	11.91	18.41	23.61

跨中腹杆与节点数逐渐增多,导致附加挠度增大。

### 3.5 参数分析

选取与腹杆相关的高跨比、腹杆直径、腹杆壁厚及腹杆倾角 4 个参数进行分析,研究各参数对附加挠度的影响。参考文献[19,21],各参数均取 5 个变量,如表 3 所示。

#### 3.5.1 高跨比

不同高跨比下,简支梁集中荷载及均布荷载下跨中挠度及跨中附加挠度占比如图 15、图 16 所示。

由图 15、图 16 可知,两种荷载工况下,组合箱梁跨中附加挠度占比随着高跨比的减小而减小,

表 3 参数取值表

Table 3 Parameter value table

参数	高跨比	腹杆直径/mm	腹杆壁厚/mm	腹杆倾角/(°)
I	23/116	331	14	60.10
II	23/194	341	16	64.34
III	23/272	351	18	67.00
IV	23/311	361	20	69.24
V	23/350	371	22	71.07

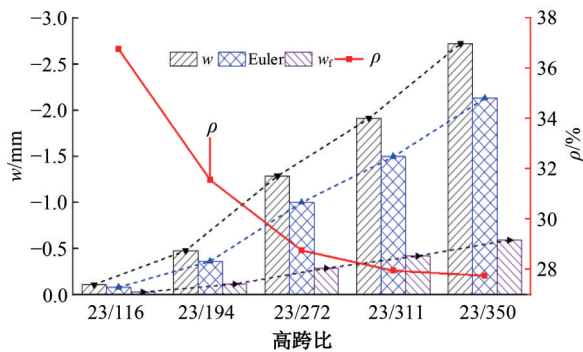


图 15 工况 I 下不同高跨比对应跨中挠度

Fig. 15 Mid-span deflection with different height-span ratio of Condition I

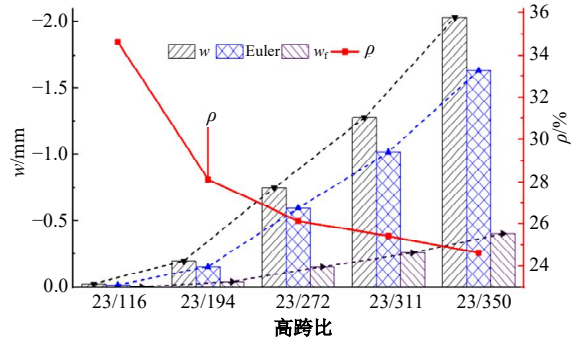


图 16 工况 II 下不同高跨比对应跨中挠度

Fig. 16 Mid-span deflection with different height-span ratio of condition II

两者正相关。当计算跨径为 11.6 m 时,两种荷载工况下组合箱梁的跨中附加挠度占比超过了 35%。

#### 3.5.2 腹杆直径

不同腹杆直径下,简支梁集中荷载及均布荷载下跨中挠度及跨中附加挠度占比如图 17、图 18 所示。

由图 17、图 18 可知,两种荷载工况下,组合箱梁跨中附加挠度占比随着腹杆直径的增加而减

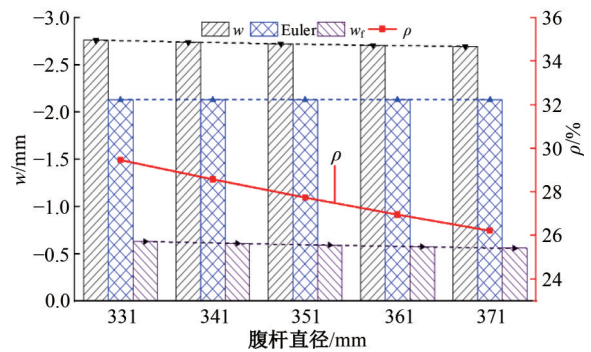


图 17 工况 I 下不同腹杆直径对应跨中挠度

Fig. 17 Mid-span deflection with different diameter of steel truss web of condition I

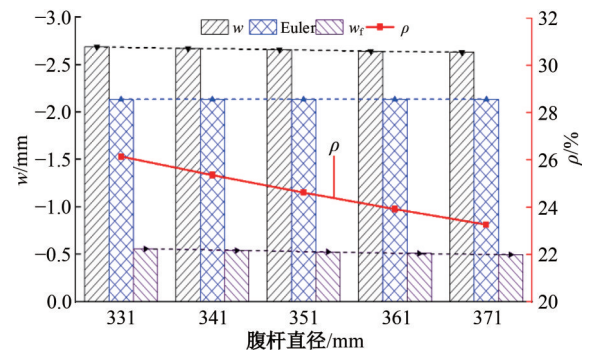


图 18 工况 II 下不同腹杆直径对应跨中挠度

Fig. 18 Mid-span deflection with different diameter of steel truss web of condition II

小,两者负相关。

### 3.5.3 腹杆壁厚

不同腹杆壁厚下,简支梁集中荷载及均布荷载下跨中挠度及跨中附加挠度占比如图 19、图 20 所示。

由图 19、图 20 可知,两种荷载工况下,组合箱梁跨中附加挠度占比随着腹杆壁厚的增加而减小,两者负相关。

### 3.5.4 腹杆倾角

不同腹杆倾角下,简支梁集中荷载及均布荷载下跨中挠度及跨中附加挠度占比如图 21、图 22 所示。

由图 21、图 22 可知,两种荷载工况下,组合箱梁跨中附加挠度占比随着腹杆倾角的增加而增加,两者正相关。

为综合衡量不同参数对附加挠度的影响,选取相对增量比区分各影响因素的显著性,令显著性指标为:

$$\psi = \Delta\tau_{w_{\max}} / \Delta k_{\max} \quad (52)$$

式中: $\Delta\tau_{w_{\max}}$ 为不同参数对应附加挠度占比最大差

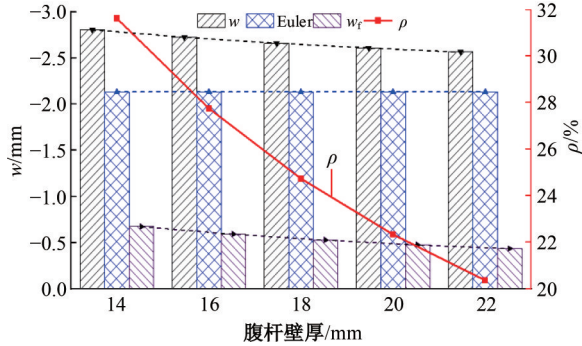


图 19 工况 I 下不同腹杆壁厚对应跨中挠度

Fig. 19 Mid-span deflection with different wall thicknesses of steel truss web of condition I

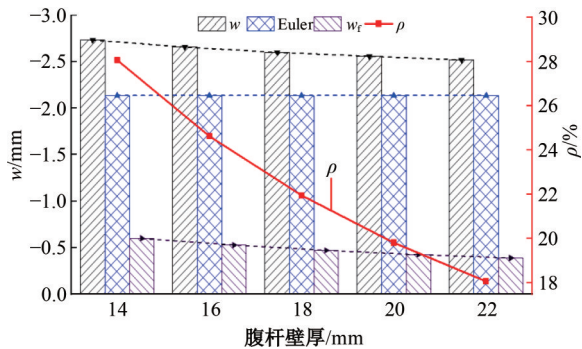


图 20 工况 II 下不同腹杆壁厚对应跨中挠度

Fig. 20 Mid-span deflection with different wall thicknesses of steel truss web of condition II

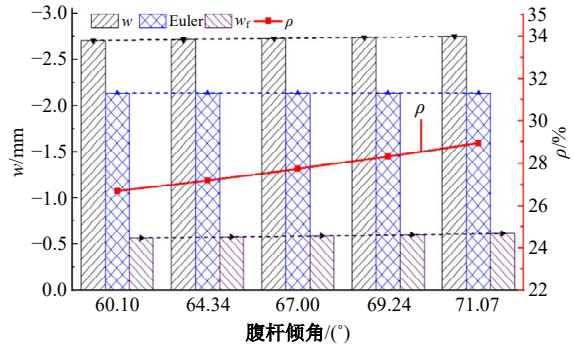


图 21 工况 I 下不同腹杆倾角对应跨中挠度

Fig. 21 Mid-span deflection with different tilt angle of steel truss web of condition I

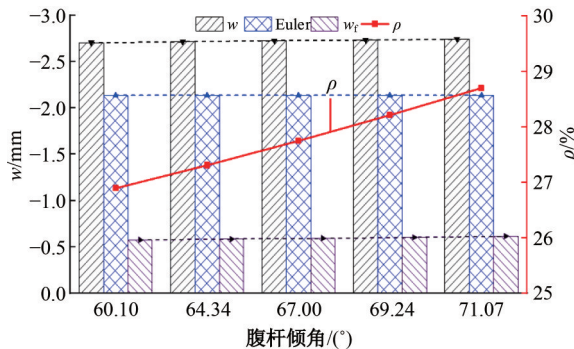


图 22 工况 II 下不同腹杆倾角对应跨中挠度

Fig. 22 Mid-span deflection with different tilt angle of steel truss web of condition II

值; $\Delta k_{\max}$ 为对应参数指标增量百分比差值。

高跨比、腹杆直径、腹杆壁厚及腹杆倾角的显著性指标如表 4 所示。

由表 4 可知,腹杆壁厚对附加挠度的影响最大,随后依次是腹杆直径、高跨比、腹杆倾角。

表 4 显著性指标

Table 4 Significance index

荷载形式	高跨比	腹杆直径	腹杆壁厚	腹杆倾角
集中荷载	0.135	0.197	0.269	0.132
均布荷载	0.150	0.175	0.238	0.099

## 4 结 论

(1) 腹杆变形对钢桁腹组合箱梁挠度的影响不可忽略,采用初等梁理论计算组合箱梁的最大误差达到了 27.75%,节点变形产生的跨中附加挠度约为初等梁的 6.50%~7.13%,且从支座到跨中附加挠度逐渐增大。

(2) 考虑腹杆变形后,计算结果与考虑节点精细化数值仿真模型之间的误差在 6% 以内,误差小于初等梁理论,说明考虑腹杆变形计算的组

合箱梁挠度更接近实际状态。

(3) 在影响腹杆变形的因素中,腹杆壁厚对附加挠度的影响最大,随后依次是腹杆直径、高跨比、腹杆倾角;且附加挠度占比与高跨比及腹杆倾角呈正相关,与腹杆直径及腹杆壁厚呈负相关。本文的公式推导及有限元模型分析的腹杆变形包括轴向变形及其引起的节点变形,但未进一步从理论上将两者剥离,后续理论工作需进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] Jung K H, Kim J H J, Yi J W, et al. Development and evaluation of new connection systems for hybrid truss bridges[J]. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 2013, 11(2):61-79.
- [2] Tian Z J, Liu Y J, Jiang L, et al. A review on application of composite truss bridges composed of hollow structural section members[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2019, 6(1): 94-108.
- [3] Chen B C, Huang W J. Experimental research on ultimate load carrying capacity of truss girders made with circular tubes[J]. *Journal of Building Structures*, 2007, 28(3): 31-36.
- [4] Chen S L, Zhang H, Hou C, et al. Reliability calibration for the design of multiple-chord CFST trusses by advanced analysis[J]. *Structural Safety*, 2021, 89: 102051.
- [5] Hu B, Che R Y, Wang J F, et al. Analytical investigation into the flexural behavior of steel tubular truss-and-concrete (STTC) composite beams[J]. *Structures*, 2023, 50: 670-688.
- [6] Chen Y Y, Dong J C, Xu T H. Composite box girder with corrugated steel webs and trusses—A new type of bridge structure[J]. *Engineering Structures*, 2018, 166: 354-362.
- [7] Chen Y Y, Dong J C, Tong Z J, et al. Flexural behavior of composite box girders with corrugated steel webs and trusses[J]. *Engineering Structures*, 2020, 209: 110275.
- [8] Hu B, Wang J. Experimental investigation and analysis on flexural behavior of CFSTTC beams[J]. *Thin-Walled Structures*, 2017, 116:277-290.
- [9] Fong M, Chan S L. Advanced design for trusses of steel and concrete-filled tubular sections[J]. *Engineering Structures*, 2011, 33(12): 3162-3171.
- [10] Peng G, Nakamura S, Zhu X, et al. An experimental and numerical study on temperature gradient and thermal stress of CFST truss girders under solar radiation[J]. *Computers & Concrete*, 2017, 20(5): 605-616.
- [11] Huang W, Feng L, Chen B, et al. Experimental study on joint resistance and failure modes of concrete filled steel tubular (CFST) truss girders[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2018, 141:241-250.
- [12] Chen Y, Feng R, Gao S. Experimental study of concrete-filled multiplanar circular hollow section tubular trusses[J]. *Thin-Walled Structures*, 2015, 94: 199-213.
- [13] Feng R, Chen Y, Gao S, et al. Numerical investigation of concrete-filled multi-planar CHS inverse-triangular tubular truss[J]. *Thin-Walled Structures*, 2015, 94: 23-37.
- [14] Huang Y H, Liu A R, Fu J Y, et al. Experimental investigation of the flexural behavior of CFST trusses with interfacial imperfection[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2017, 137: 52-65.
- [15] Zhou W, Chen Y, Wang K, et al. Experimental research on circular concrete filled stainless steel tubular truss[J]. *Thin-Walled Structures*, 2017, 117: 224-238.
- [16] Huang W, Lai Z, Chen B, et al. Concrete-filled steel tube (CFT) truss girders: Experimental tests, analysis, and design[J]. *Engineering Structures*, 2018, 156:118-129.
- [17] 陈建兵, 蒋明利, 周晨, 等. 钢桁腹混凝土组合梁挠度计算方法研究[J]. *重庆交通大学学报: 自然科学版*, 2022, 41(6): 66-72.
- Chen Jian-bing, Jiang Ming-li, Zhou Chen, et al. Calculation method of deflection of steel truss web concrete composite beam[J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science Edition)*, 2022, 41(6): 66-72.
- [18] 李丽园. 考虑剪切变形影响的波形钢腹板组合箱梁挠曲力学特性及其试验研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 土木工程学院, 2019.
- Li Li-yuan. Vertical flexural mechanical characteris-

- tics and experimental study of composite box girder with corrugated steel web considering shear deformation[D]. Lanzhou: School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, 2019.
- [19] 王方旭, 杨霞林, 刘世忠. PBL 节点初始平动刚度计算及设计参数优化[J]. 计算力学学报, 2022, 39(5): 574-581.
- Wang Fang-xu, Yang Xia-lin, Liu Shi-zhong. Calculation of initial translational stiffness of PBL node and optimization of design parameters[J]. Journal of Computational Mechanics, 2022, 39(5): 574-581.
- [20] 中交公路规划设计院有限公司. 公路桥涵设计通用规范: JTG D60—2015[M]. 北京: 人民交通出版社股份有限公司, 2015.
- [21] 张岩. 钢桁腹式混凝土组合箱梁的力学性能研究[D]. 兰州: 兰州交通大学 土木工程学院, 2019.
- Zhang Yan. Research on mechanical properties of concrete composite box girder with steel truss webs [D]. Lanzhou: School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, 2019.