

基于集合阻塞的不确定系统中传感器选择方法

欧阳丹彤^{1,2}, 孙睿^{2,3}, 田新亮^{1,2}, 高博涵³

(1. 吉林大学 计算机科学与技术学院, 长春 130012; 2. 吉林大学 符号计算与知识工程教育部重点实验室, 长春 130012; 3. 吉林大学 软件学院, 长春 130012)

摘要: 动态系统故障检测与隔离(FDI)的一个重要步骤是选择一组满足故障检测性与故障隔离性且花费最小的传感器集合。针对不确定系统,故障可诊断性量化方法被用来量化系统的故障检测性和故障隔离性。由于传感器选择问题的搜索空间随传感器规模增大呈指数增长,目前没有研究针对量化可诊断性的不确定系统提出传感器选择的完备方法。针对该问题本文提出基于集合阻塞策略的传感器选择算法:通过二进制整数优化问题(BILP)实现子集阻塞与超集阻塞;通过迭代阻塞搜索空间减小所需遍历的节点。在标准测试用例上的实验结果表明:针对实验中的绝大多数搜索空间,与深度优先遍历方法相比,本文方法效率提高了4.41~103.37倍。且在区分度计算次数相同的情况下,本文方法得到的大多数解优于现行的高效算法。

关键词: 故障诊断;传感器选择;基于模型诊断;故障可诊断性分析

中图分类号: TP306 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2023)02-0547-08

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb20210694

Set blocking-based approach to sensor selection in uncertain systems

OU-YANG Dan-tong^{1,2}, SUN Rui^{2,3}, TIAN Xin-liang^{1,2}, GAO Bo-han³

(1. College of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun 130012, China; 2. Key Laboratory of Symbolic Computation and Knowledge Engineering of Ministry of Education, Jilin University, Changchun 130012, China; 3. Software College, Jilin University, Changchun 130012, China)

Abstract: A significant step of fault detection and isolation(FDI) in dynamic systems is to select a set of sensors that meets the fault detectability and isolability with the least cost. For uncertain systems, the quantification method of fault distinguishability is used to quantify the fault diagnosability performance. Since the search space of the sensor selection problem increases exponentially with the increase of the sensor scale, there is currently no research on complete method of sensor selection for quantifying the fault diagnosability in uncertain systems. This paper proposes a sensor selection algorithm based on the set blocking strategy to solve this problem: realizing subset blocking and superset blocking through BILP;

收稿日期: 2021-07-20.

基金项目: 吉林省教育厅科学研究项目(JJKH20211106KJ, JJKH20211103KJ);国家自然科学基金项目(62076108, 61872159, 61672261).

作者简介: 欧阳丹彤(1968-),女,教授,博士生导师.研究方向:人工智能,模型诊断.

E-mail:ouyangdantong@163.com

reducing the nodes that need to be traversed through iterative blocking search space. The experimental results show that compared with the depth-first traversal method, the efficiency of the proposed method is increased by 4.41~103.37 times for most of the use cases in the experiment.

Key words: fault diagnosis; sensor selection; model-based diagnosis; fault diagnosability analysis

0 引言

在动态系统的故障检测与隔离(摘要中全称, FDI)中,当故障发生时,残差将偏离正常值并检测到模型与系统测量值之间的不一致性^[1],并通过系统描述、观测、系统部件判断发生的故障^[2]。残差集合的故障检测性和故障隔离性由系统中传感器的数量和位置决定。传感器选择是动态系统 FDI 的一个重要步骤^[3]。一个系统中两个具有包含关系的传感器集合,超集比子集具有更好的故障检测性和故障隔离性^[4],但会产生更多的花费。传感器选择的目标通常是选择一组满足规定故障检测性和故障隔离性要求的传感器集合,并要求其花费最小,该过程保证了故障发生时故障隔离算法能够生成极小诊断解^[5]。

动态系统的传感器选择方法主要分为基于结构模型的传感器选择方法,基于约束的传感器选择方法及其他方法。Basseville 等^[6]和 Debouk 等^[7]提出以诊断性能为优化目标的传感器选择方法;Wang 等^[8]引入改进的主成分分析过程确定传感器位置;Frisk 等^[9]使用系统的解析模型选择最优传感器集合。

基于结构模型的传感器选择方法通常对系统模型进行结构分解,结合模型的结构特征以及定义的诊断规范确定传感器的位置。文献[10,11]通过对所有故障检测集与故障对隔离集求极小碰集的方式求解满足给定故障检测性和隔离性要求的最小传感器集合;Trave-Massuyes 等^[12]提出了可诊断度的概念作为传感器选择过程中系统可诊断性衡量标准;Daigle 等^[13]提出通过结构模型分解推导出满足故障可诊断性,且所需传感器数目最少的残差;Yassine 等^[14]建立了一种体现故障检测性、故障隔离性的结构矩阵,并使用分枝限界法求解最优传感器集合;Rosich 等^[15]提出了一种增量式算法,以避免时间传感器选择问题的时间复杂度随传感器数量的增加而呈指数增长;Com-mault 等^[16]提出了一种基于输入分离器的结构分

析方法以选择最优传感器。

基于约束的传感器选择方法将传感器选择问题与残差选择问题相结合,在满足故障检测性与故障隔离性的基础上选择系统的传感器及残差。Chamseddine 等^[17]将系统模型用有向图表示并提出利用有向图确定约束的方法;Sarrate 等^[18]将诊断需求用混合整数优化问题(Mixed integer optimization problem, MILP)中的约束表示;Akhiel-arab 等^[19]在其基础上使用二进制整数优化问题(Binary integer optimization problem, BILP)代替 MILP,以优化传感器选择效率,其中故障检测性与故障隔离性被转换成 BILP 约束,选择的传感器集合用 BILP 的目标函数表示。

在理想模型中,故障检测性和故障隔离性的值为 0 或 1。在不确定系统中,不确定因素(系统不确定性和噪声)将对故障检测性与故障隔离性产生影响。因此,采用量化表示的可诊断性作为传感器选择的可诊断性约束能够更好地检测并隔离故障。Eriksson 等^[20]提出基于 K-L 散度(Kullback-Leibler divergence)的区分度(Distinguishability)概念,以量化不确定系统的可诊断性;Jung 等^[21]在该工作基础上首次提出针对量化可诊断性的不确定系统传感器选择的问题描述,并针对该问题提出了贪婪随机搜索算法。目前,尚没有研究提出完备算法以解决量化可诊断性的不确定系统的传感器选择问题。

针对以上研究现状,本文提出一种基于集合阻塞的不确定系统中传感器选择方法。使用 BILP 方法构造子集阻塞与超集阻塞约束,不断阻塞搜索空间以实现搜索空间的遍历。实验结果表明,针对实验系统的大多数搜索空间,与深度优先遍历方法相比,本文方法的效率提高了 4.41~103.37 倍。

1 预备知识

本节介绍不确定系统,区分度以及不确定系

统中传感器选择公式化表示的相关概念。

1.1 不确定系统

本节回顾Eriksson等^[20]对量化可诊断性的不确定系统的建模过程。

定义1 不确定系统^[20]

不确定系统的系统模型由下式表示:

$$\begin{aligned} Ex[t+1] &= Ax[t] + B_u u[t] + B_f f[t] + \\ & B_v v[t] \quad y[t] = Cx[t] + D_u u[t] + \\ & D_f f[t] + D_\epsilon \epsilon[t] \end{aligned} \quad (1)$$

式中: t 为时间索引; $x \in R^{l_x}$ 为系统中的未知变量向量; $y \in R^{l_y}$ 为系统中由传感器测量的已知变量向量; $u \in R^{l_u}$ 为系统的输入向量; $f \in R^{l_f}$ 为向系统模型中注入的故障向量; $v \sim N(0, \Lambda_v)$ 与 $\epsilon \sim N(0, \Lambda_\epsilon)$ 分别为系统不确定性向量与噪声向量; $v \in R^{l_v}$, $\epsilon \in R^{l_\epsilon}$ 。

式(1)中的矩阵维度分别为 $E \in R^{l_y \times l_x}$ 、 $A \in R^{l_x \times l_x}$ 、 $B_u \in R^{l_x \times l_u}$ 、 $B_f \in R^{l_x \times l_f}$ 、 $B_v \in R^{l_x \times l_v}$ 、 $C \in R^{l_y \times l_x}$ 、 $D_u \in R^{l_y \times l_u}$ 、 $D_f \in R^{l_y \times l_f}$ 、 $D_\epsilon \in R^{l_y \times l_\epsilon}$,其中 l_a 为 a 中包含的元素个数; R^{l_a} 为长度为 l_a 的实数向量; $R^{l_a \times l_b}$ 为维度为 $l_a \times l_b$ 的实数二维矩阵; l_q 为系统中包含的等式数目; l_y 为系统所包含的传感器个数。

将形式为式(1)的动态不确定系统构造为时间窗口长度为 n 的静态化描述,得到以下模型:

$$Lz = Hx + Ff + Ne \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} z &= (y[t-n+1]^T, \dots, y[t]^T, u[t-n+1]^T, \\ & \dots, u[t]^T)^T; x = (x[t-n+1]^T, \dots, x[t]^T, \\ & x[t+1]^T)^T; f = (f[t-n+1]^T, \dots, f[t]^T)^T; \\ e &= (v[t-n+1]^T, \dots, v[t]^T, \epsilon[t-n+1]^T, \\ & \dots, \epsilon[t]^T)^T; \end{aligned}$$

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -B_u & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 0 & -B_u & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & -B_u \\ I & 0 & \dots & 0 & -D_u & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I & & 0 & 0 & -D_u & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 & 0 & \dots & -D_u \end{pmatrix};$$

$$H = \begin{pmatrix} A & -E & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A & -E & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A & -E \\ C & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & 0 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C & 0 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} B_f & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_f & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_f \\ D_f & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_f & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_f \end{pmatrix};$$

$$N = \begin{pmatrix} B_v & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_v & & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_v & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & D_\epsilon & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & 0 & D_\epsilon & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & D_\epsilon \end{pmatrix},$$

其中 n 为时间窗口长度; I 为单位矩阵; $z \in R^{n(l_y+l_x)}$, $x \in R^{(n+1)l_x}$, $f \in R^{nl_f}$, $e \in R^{n(l_v+l_\epsilon)}$ 。本文假设每个传感器都有噪声且对于给定初始状态有唯一解,则式(2)必须满足以下条件:

$$(H \ N) \text{ has full row-rank} \quad (3)$$

当式(2)满足条件(3)后,可以将式(2)左乘 N_H 矩阵,在不损失系统信息的情况下消除系统变量,获得系统的输入-输出形式。其中 N_H 的行为 H 的左零空间正交基 i. e. $N_H H = 0$,得到:

$$N_H Lz = N_H Ff + N_H Ne \quad (4)$$

1.2 区分度

区分度的概念由Eriksson等^[20]提出,用来量化故障可诊断性,即故障检测性与故障隔离性。本节回顾计算区分度的主要过程。

为了量化故障检测性与故障隔离性区分度,需要针对系统中的所有故障及故障对,计算式(4)的多元概率密度的K-L散度。为了计算K-L散度, $N_H Ne$ 的协方差矩阵必须为 I , i. e.

$$\Sigma = N_H N \Lambda_\epsilon N^T N_H^T = I \quad (5)$$

为满足该条件,需要将式(4)左乘以下矩阵:

$$T = \begin{pmatrix} \Gamma^{-1} N_H \\ T_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

($N_H N \Lambda_e N^T N_H^T = \Gamma \Gamma^T$), 即对 $N_H N \Lambda_e N^T N_H^T$ 进行左 Cholesky 分解。 T_2 为能保证 T 的可逆性的任意矩阵。

给定表示形式为(4)且满足(3)和(5)的系统模型, 故障与故障对的区分度可以由如下公式计算:

$$D_{i,j}(\theta) = \frac{1}{2} \left(N_{(HF_i)} F_i \theta \right)^2 \quad (7)$$

式中: $N_{(HF_i)}$ 为 (HF_i) 的左零空间正交基; $F_i \in R^{n \times (l_i + l_f) \times n}$ 为故障 f_i 的静态时间窗口矩阵; θ 为在一段时间窗口内的故障向量。注意: 故障 j 也可以表示无故障, 用 NF 表示。

1.3 传感器选择

Jung 等^[21]首次提出量化可诊断性的不确定系统的传感器选择问题。

定义 3 量化可诊断性的不确定系统的传感器选择问题的公式化表示如下:

$$\min_{S \subseteq S} \sum_{y_i \in S} c_i \text{ s.t. } D_{i,j}^S(\theta) \geq D_{i,j}^{\text{req}}(\theta), \forall \theta \in \Theta_i, \forall f_i, f_j \in F \quad (8)$$

式中: $S = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ 为传感器集合, $F = \{f_1, f_2, \dots, f_{l_f}\}$ 为系统中注入的故障; $\sum_{y_i \in S} c_i$ 为传感器集合的花费; $D_{i,j}^{\text{req}}(\theta)$ 为预先规定的故障可诊断性需求; $D_{i,j}^S(\theta)$ 为传感器集合 S 针对故障对 (f_i, f_j) 的故障区分度。

该问题的目标是针对所有故障与故障对, 在其可诊断性满足预定阈值的情况下求解花费最小的传感器集合。

引理 1^[20] 给定某时间窗口范围内的故障向量 θ , 故障对 (f_i, f_j) , 及两个包含关系的传感器集合 $S_1 \subseteq S_2$ 则以下等式成立:

$$D_{i,j}^{S_2}(\theta) \geq D_{i,j}^{S_1}(\theta), \forall f_i, f_j \in F \quad (9)$$

该引理的证明在文献[20]中, 这里不再赘述。由引理 1 可推出引理 2。

引理 2 在量化可诊断性的不确定系统中, 对于两个传感器集合 $S_1 \subseteq S_2$, 若 S_1 符合可诊断性需求, 则 S_2 也符合可诊断性需求; 若 S_2 不符合可诊断性需求, 则 S_1 也不符合可诊断性需求。

由引理 2 可知, 可满足解的超集一定是可满足解, 不满足解的子集一定是不满足解。因此该问题的可行解与不可行解分布如图 1 所示。

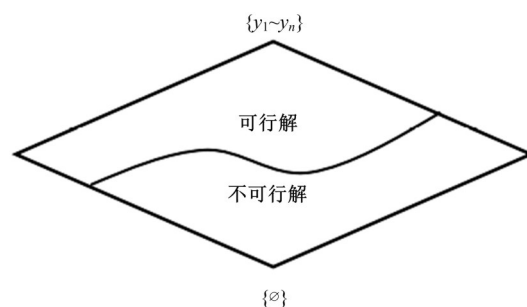


图 1 可行解与不可行解分布

Fig. 1 Distribution of feasible and infeasible solutions

2 基于集合阻塞的传感器选择方法

2.1 BILP 集合阻塞

BILP 方法的公式化表示如下所示:

$$\min c^T x \text{ s.t. } Ax \leq b, x \text{ is binary} \quad (10)$$

式中: $A \in R^{l_c \times l_x}$ 为矩阵; $b \in R^{l_c}$ 为向量, 它们共同组成线性约束; $c \in R^{l_x}$ 是变量的成本向量, $x \in R^{l_x}$ 为变量向量, 它的值为 0 或 1 (l_c 为约束的数量, l_x 为变量的数量), 其目标是在变量向量满足约束的基础上最小化目标函数的值。

在本文中, BILP 被用来阻塞搜索空间, 并求得未探索的传感器集合。

某个集合的子集与超集的阻塞方法可以由 BILP 的线性约束实现, 其具体算法如下所示:

算法 1 子集阻塞算法 (Subset blocking algorithm)

输入: 以向量形式表示的传感器集合 sensor, 已添加的约束矩阵 A 与约束向量 b 。

输出: sensor 子集阻塞后的矩阵 A 与向量 b

① $\text{constraintA} = \text{zeros}(1, \text{sensorlength}), /*\text{constraintA}$ 是长度为系统中所有可选的传感器个数的零向量*/

② for $i=1 \dots \text{sensorlength}$

③ if ($\text{sensor}(1, i) = 0$)

④ $\text{constraintA}(1, i) = -1$

⑤ End If

⑥ End For

⑦ $\text{constraintb} = -1;$

⑧ $A = [A; \text{constraintA}], b = [b; \text{constraintb}] /*\text{向矩阵 } A \text{ 中添加行向量 } \text{constraintA}, \text{向列向量 } b \text{ 中添加行元素 } \text{constraintb}*/$

算法 2 超集阻塞算法 (Superset blocking algorithm)

输入: 以向量形式表示的传感器集合 sensor, 已添加的约束矩阵 A 与约束向量 b 。

输出: sensor 超集阻塞后的矩阵 A 与向量 b

① $\text{constraintA} = \text{zeros}(1, \text{sensorlength}), /*\text{constraintA}$ 是长度为系统中所有可选的传感器个数的零向量*/

② for $i=1 \dots \text{sensorlength}$

```

③ if (sensor(1, i) = 1)
④ constraintA(1, i) = 1
⑤ End If
⑥ End For
⑦ constraintb = getSensorNum(sensor) - 1;
/* constraintb 为集合 sensor 中元素的数量减一 */
⑧ A = [ A; constraintA ], b = [ b; constraintb ]
/* 向矩阵 A 中添加行向量 constraintA, 向列向量 b 中添加行
元素 constraintb */

```

子集阻塞算法思想如下:要求以后遍历的搜索空间中 sensor 的补集中至少有一个元素被选中,即阻塞了 sensor 及其子集。

超集阻塞算法思想如下:要求以后遍历的搜索空间中 sensor 包含的元素个数至多为 $n-1$ 。其中 n 为 sensor 中的元素数目,即阻塞了 sensor 的超集。

2.2 基于集合阻塞的传感器选择方法

基于集合阻塞的传感器选择算法通过 BILP 中的约束标识已探索空间和未探索空间。每次循环通过 BILP 求出未探索空间中数量最多的传感器集合(注意: c 为所有元素为 -1 , 长度与系统能够选择的传感器个数相等的向量,这保证了 BILP 方法得到的传感器数量最多)。若满足可诊断性需求则求出该集合的局部最优解子集,并阻塞其超集与子集,若不满足可诊断性需求则阻塞其子集。当所有搜索空间都被阻塞后,算法结束。

算法 3 基于集合阻塞的传感器选择方法

输入:系统能够选择的传感器集合 S , 故障可诊断性需求 $D_{i,j}^{req}(\theta)$ 。

输出:花费最小的传感器集合 S_{opt}

```

① Weightopt =  $+\infty$ ,  $S_{opt} = \emptyset$ 
② do
③ if (Judge( $D_{i,j}^S(\theta_i) \geq D_{i,j}^{req}(\theta)$ ,  $\forall \theta \in \Theta_i, \forall f_i, f_j \in F$ )) /* 判断
传感器集合是否满足可诊断性需求 */
④ S = getLocalOptimalSensors(D,  $D_{i,j}^{req}(\theta)$ );
⑤ superSetBlocking(S);
⑥ subSetBlocking(S);
⑦ if (Weightopt > getWeight(S))
⑧ Sopt = S;
⑨ End If
⑩ else
⑪ subSetBlocking(S);
⑫ End If
⑬ [S, exit] = BILP(S);
⑭ while(exit)

```

算法 4 局部最优解集合搜索算法

输入:满足故障可诊断性的传感器集合 S , 故障可诊断性需求 $D_{i,j}^{req}(\theta)$ 。

输出:局部最优解传感器集合 S

```

① for i = 1 ... sensorlength
② if (sensor(1, i) = 1)
③ sensor(1, i) = 0
④ if (Judge( $D_{i,j}^S(\theta_i) \geq D_{i,j}^{req}(\theta)$ ,  $\forall \theta \in \Theta_i, \forall f_i, f_j \in F$ ))
⑤ continue;
⑥ else
⑦ sensor(1, i) = 1;
⑧ End If
⑨ End If
⑩ End For

```

算法 4 描述了局部最优解传感器集合搜索算法,即依次移除传感器,若移除后集合不满足可诊断性则重新插入该传感器,若满足,则继续循环。该算法求得的传感器集合一定是局部最优解(该解任意真子集都不为解),证明如下:若该算法求得的解 S_1 不是局部最优解,则存在某个未被移除的传感器 s ,使得 S_1/s 为可满足解,但 s 未被移除的原因为传感器移除过程中存在某个集合 S , S/s 不满足。由于该算法只移除传感器, S_1/s 为 S/s 的子集。前者满足可诊断性需求,后者不满足,与引理 2 矛盾,证毕。

基于集合阻塞的传感器选择方法的第①行将最优解的花费初始化为无穷大。随后进入算法的主循环, Judge() 函数判断当前传感器集合是否满足可诊断性需求(第③行)。若满足,则计算该集合的某个局部最优解子集,并阻塞其超集和子集(第③到⑥行)。判断当前局部最优解子集的权值是否小于最优解,若是,则更新全局最优解(第⑦到⑨行)。若当前传感器集合不满足可诊断性需求,则阻塞其子集⑩。最后,若所有搜索空间都被阻塞,则跳出循环,算法结束,否则通过 BILP 方法生成包含传感器数量最多的传感器集合,继续循环(⑬、⑭行)。

该算法中,由于每次求得的传感器集合都满足 BILP 的约束。且所构建的 BILP 约束能阻塞无需探索的空间,因此⑬行求得的传感器集合一定在已探索搜索空间外部,该集合的局部最优解子集也一定在已探索搜索空间外部。(由反证法可知,若其局部最优解子集已探索,则根据阻塞规则,其超集也是已探索集合,与假设矛盾),这避免了重复搜索,保证了算法的高效性。

算法 3 的完备性证明如下:局部最优解的子集均为不满足的传感器集合,其超集为花费大于该局部最优解的传感器集合。由于算法的终止条

件为所有搜索空间都被阻塞。搜索空间中的某一个集合一定满足以下 3 种情况中的一种:①该集合为局部最优解;②该集合为某局部最优解的子集(不可满足的传感器集合);③该集合为某局部最优解的超集(花费大于某局部最优解的集合)。算法 3 从若干个局部最优解中选择权重最小的解,因此求得的解一定为搜索空间中的最优解。

算法 3 的正确性证明如下:若系统初始的传感器不满足可诊断性,则所有搜索空间都被阻塞, $S_{\text{opt}} = \emptyset$, 能得到正确的解。若满足可诊断性,则根据已证内容,算法 4 一定会求出一个局部最优解,即满足可诊断性的传感器集合。

3 实验结果

本节共分两个部分,首先介绍作为实验对象的不确定系统的公式化表示及实验设置,随后评估基于集合阻塞的传感器选择方法的运行效率。实验环境为: Ubuntu 19.10 CPU, Intel Core i7-4700HQ 2.20 GHz, 8 GB RAM。使用文献[20]中的软件计算系统的故障可区分度。

3.1 实验设置与系统模型

由于目前没有研究针对量化可诊断性的不确定系统的传感器选择问题提出完备算法,采用深度优先遍历方法(Jung 等^[21]也采用深度优先遍历方法说明完备传感器选择方法针对大型系统的低效性)与贪婪随机搜索^[21]算法作为对比实验。

传感器求解的绝大多数时间消耗为计算系统故障及故障对之间的区分度,平均每次 0.03 s。即遍历搜索空间中一个传感器集合所需的时间。与该过程相比,其他过程的时间消耗可以忽略不计,因此本文使用计算故障区分度的次数作为算法效率的衡量标准。规定故障可诊断性需求为 $D_{i,j}^{\text{req}}(\theta) = \alpha D_{i,j}^{\text{max}}(\theta)$, $\alpha = \{0.1, 0.2, \dots, 0.9\}$ 。

与深度优先遍历算法的对比实验使用如下系统:由于文献[21]中所使用的实验系统在深度优先遍历方法中的运行时间太长而不可接受(当 $\alpha < 0.4$ 时运行时间超过 48 h),本文修改文献[21]中实验系统的一些公式与变量,在可接受时间内获得可对比的实验结果,系统的公式化表示如下:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= v_1 + u_1, x_4 + x_3 = x_1 + v_2, \\ x_6 + x_5 &= x_2 + v_3, x_8 + x_7 = x_3 + v_4, \\ x_{10} + x_9 &= x_4 + x_5 + v_5 + f_1, x_{11} = x_6 + u_2 + v_6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3 + x_{12} &= x_7 + v_7, x_{13} + x_{14} = x_9 + x_8 + v_8 + f_2, \\ x_{15} &= x_{11} + x_{10} + v_9 + f_3, x_{16} = x_{12} + x_{13} + v_{10}, \\ x_{17} &= x_{14} + x_{15} + v_{11}, u_4 = x_{16} + x_{17} + f_3 + v_{12}. \end{aligned}$$

所选取的时间窗口长度为 $n=1$ 。 $v_k \sim N(0, 0.01)$, 每添加一个传感器则向系统中添加公式 $y_l = x_l + \varepsilon_l$, $\varepsilon_l \sim N(0, 1)$ 。每个传感器的花费为:

$$c_l = \begin{cases} 1, & l \in \{6, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 16\} \\ 0.7, & l \in \{3, 4, 5, 10\} \\ 0.4, & l \in \{1, 2, 7, 13, 17\} \end{cases} \quad (11)$$

该系统的搜索空间大小为 $2^{17} = 131\,072$ 。与贪婪随机搜索算法的对比实验使用文献[21]系统,该系统共包含 24 个变量,搜索空间大小为 $2^{24} = 16\,777\,216$ 。时间窗口,传感器权重及系统模型均与文献[21]系统相同。

3.2 实验结果

深度优先遍历算法恰好遍历传感器集合的可行解的搜索空间。实验结果如表 1 所示,第一列为 α 的值;第二列为基于集合阻塞的传感器选择方法可诊断性需求满足性的判断次数;第三列为深度优先遍历算法可诊断性需求满足性的判断次数;第四列为相比于深度优先遍历算法,基于集合阻塞的传感器选择方法效率提高的倍数。在 $\alpha = 0.9$ 时,深度优先遍历的可行解搜索空间很小。与对比实验相比,基于集合阻塞的传感器选择算法的效率降低了 22%。当 $\alpha < 0.9$ 时,基于集合阻塞的传感器选择算法的求解效率从 4.41 倍提高到了 103.37 倍。随着 α 的降低(可行解搜索空间的增大),所提高效率总体呈增长趋势。

表 2 描述了算法阻塞次数与可诊断性需求满足性
表 1 基于集合阻塞的传感器选择算法与深度优先遍历的故障区分性计算次数

Table 1 Number of times of calculating fault distinguishability between two algorithms

α	Block-based	Depth First	Increase
0.9	529	411	-0.22
0.8	573	3 101	4.41
0.7	594	10 001	15.84
0.6	1 321	21 799	15.50
0.5	3 078	38 379	11.47
0.4	614	57 954	93.39
0.3	1 075	77 772	71.35
0.2	1 125	97 593	95.75
0.1	1 125	117 414	103.37

表 2 故障区分性计算次数与阻塞次数

Table 2 Number of calculating fault distinguishability and blocking

α	Judging times	Number of blocking	ratio
0.9	529	92	5.75
0.8	573	104	5.51
0.7	594	114	5.21
0.6	1321	262	5.04
0.5	3078	593	5.19
0.4	614	110	5.58
0.3	1075	185	5.81
0.2	1125	190	5.92
0.1	1125	190	5.92

足性的判断次数之间的关系。第一列为 α 的值;第二列为可诊断性需求满足性的判断次数;第三列为阻塞次数;第四列为二者的比。由表 2 可知,可诊断性需求满足性的判断次数与阻塞次数的比值范围为 5.04~5.92,具有较强的相关性。随着阻塞次数的增多,算法的可诊断性判断次数与运行时间呈现增长的趋势。

由表 1 与表 2 可知,深度优先遍历算法与基于集合阻塞的传感器选择算法可诊断需求满足性判断次数的标准差分别为 795.0792 与 42 954.13。显然,与深度优先遍历算法相比,基于集合阻塞的传感器选择算法运行的效率不受可行解搜索空间大小的影响,且对于同一系统的不同搜索空间,离散程度较小。

表 3~表 5 描述了将计算区分度次数限制为 500,1250,2000 时基于集合阻塞的传感器选择方法与贪婪随机搜索算法求得的最优解。第二列为基于集合阻塞的传感器选择方法求得的最优解;第三列为贪婪随机搜索算法求得的最优解。所显示的贪婪随机搜索算法的解为 100 次运行的平均

表 3 迭代次数为 500 时两个算法的最优解

Table 3 Optimal solutions of two algorithms when the number of iterations is 500

α	Block-based	GSA
0.9	14.7	14.73
0.8	11.9	12.11
0.7	9.1	9.24
0.6	8.2	8.21
0.5	6.9	7.06
0.4	4.8	5.34
0.3	5.1	4.93
0.2	4.8	5.27
0.1	4.8	5.18

表 4 迭代次数为 1250 时两个算法的最优解

Table 4 Optimal solutions of two algorithms when the number of iterations is 1250

α	Block-based	GSA
0.9	14.3	14.39
0.8	11.2	11.87
0.7	8.8	8.79
0.6	7.5	7.83
0.5	6.9	6.93
0.4	4.8	5.10
0.3	4.9	4.97
0.2	4.8	5.02
0.1	4.8	5.04

表 5 迭代次数为 2000 时两个算法的最优解

Table 5 Optimal solutions of two algorithms when the number of iterations is 2000

α	Block-based	GSA
0.9	14.1	14.24
0.8	11.2	11.52
0.7	8.6	8.50
0.6	7.5	7.64
0.5	6.7	6.74
0.4	4.8	4.99
0.3	4.8	4.90
0.2	4.8	4.98
0.1	4.8	4.95

值。从表 3~表 5 可以看出对于绝大多数搜索空间,在相同计算区分度次数的前提下,本文方法求得的解优于贪婪随机搜索算法。

4 结束语

量化可诊断性的不确定系统的传感器选择问题规模随传感器个数增加,呈指数增长。在传感器数目较多的情况下,计算满足故障诊断性且权值最小的传感器集合很困难。本文针对以上情况提出基于集合阻塞的不确定系统中传感器选择方法,使用 BILP 阻塞集合的超集与子集。实验结果表明:针对大多数搜索空间,本文方法的效率比深度优先遍历算法提高了 4.41~103.37 倍。在计算区分度次数相同的情况下,本文方法得到了更好的解。

参考文献:

[1] Hwang I, Kim S, Kim Y, et al. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,

- 2010, 18(3): 636-653.
- [2] 欧阳丹彤, 刘博文, 刘梦等. 结合电路结构基于分块的诊断方法[J]. 电子学报, 2018, 46(7): 38-44.
- Ou-yang Dan-tong, Liu Bo-wen, Liu Meng, et al. Diagnostic method based on block based on circuit structure[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(7): 38-44.
- [3] Frisk E, Krysander M, Jung D. A toolbox for analysis and design of model based diagnosis systems for large scale models[J]. IFAC World Congress, 2017, 50(1): 3287-3293.
- [4] Bhushan M, Narasimhan S, Rengaswamy R. Robust sensor network design for fault diagnosis[J]. Computers Chemical Engineering, 2008, 32(4): 1067-1084.
- [5] 田乃予, 欧阳丹彤, 刘梦等. 基于子集一致性检测的诊断解极小性判定方法[J]. 计算机研究与发展, 2019, 56(7): 1396-1407.
- Tian Nai-yu, Ou-yang Dan-tong, Liu Meng, et al. Diagnostic solution minima determination method based on subset consistency detection[J]. Journal of Computer Research and Development, 2019, 56(7): 1396-1407.
- [6] Basseville M, Nveniste A, Moustakides B, et al. Optimal sensor location for detecting changes in dynamical behavior[J]. [C]//IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 1987: 1067-1075.
- [7] Debouk R, Lafortune S, Teneketzis D. On an optimization problem in sensor selection for failure diagnosis[J]. [C]//IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 2002: 317-445.
- [8] Wang H, Song Z, Hui W. Statistical process monitoring using improved PCA with optimized sensor locations[J]. Journal of Process Control, 2002, 12(6): 735-744.
- [9] Frisk E, Krysander M, Slund J. Sensor placement for fault isolation in linear differential-algebraic systems[J]. Automatica, 2009, 45(2): 364-371.
- [10] Krysander M, Frisk E. Sensor placement for fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2008, 38(6): 1398-1410.
- [11] Dulmage A L, Mendelsohn N S. Coverings of bipartite graphs[J]. Can J Math, 1958, 10: 517-534.
- [12] Trave-Massuyes L, Escobet T, Olive X. Diagnosability analysis based on component-supported analytical redundancy relations[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A, Systems and Humans, 2006, 36(5): 1146-1160.
- [13] Daigle M, Roychoudhury I, Bregon A. Diagnosability-based sensor placement through structural model decomposition[C]//Second European Conference of the Prognostics and Health Management Society, Nantes, France, 2014: 1-14.
- [14] Yassine A A, Ploix S, Flaus J M. A method for sensor placement taking into account diagnosability criteria[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2008, 18(4): 497-512.
- [15] Rosich A, Sarrate R, Puig V, et al. Efficient optimal sensor placement for model-based FDI using an incremental algorithm[C]//IEEE Conference on Decision Control, New Orleans, USA, 2007: 3842-3847.
- [16] Commault C, Dion J M, Agha S Y. Structural analysis for the sensor location problem in fault detection and isolation[J]. Automatica, 2008, 44(8): 2074-2080.
- [17] Chamseddine A, Noura H, Raharijaona T, et al. Structural analysis-based sensor location for diagnosis as optimization problem[C]//IEEE Conference on Decision Control, New Orleans, USA, 2007: 9885815.
- [18] Sarrate R, Puig V, Escobedo T T, et al. Optimal sensor placement for model-based fault detection and isolation[C]//IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 2007: 2723-2728.
- [19] Akhielarab F N, Estruch R S, Oliva A R. Optimal sensor placement for fuel cell system diagnosis using BILP formulation[C]//18th Mediterranean Conference on Control and Automation, Marrakech, Morocco, 2010: 1296-1301.
- [20] Eriksson D, Frisk E, Krysander M. A method for quantitative fault diagnosability analysis of stochastic linear descriptor models[J]. Automatica, 2013, 49(6): 1591-1600.
- [21] Jung D, Dong Y, Frisk E, et al. Sensor selection for fault diagnosis in uncertain systems[J]. International Journal of Control, 2020, 93(3): 629-639.