

多约束条件下双边 U 型装配线 平衡与协同优化

焦玉玲, 邓雪, 李琳, 刘文佳, 张天泽, 曹楠

(吉林大学交通学院, 长春 130022)

摘要: 针对流水装配线效率提升和布局优化的问题, 结合双边线和 U 型线各自的优点建立双边 U 型装配线平衡协同优化模型。定义了一种新型双边 U 型装配线 $P-l$ 分区布局, 简化了双边 U 型装配线平衡问题的平衡系统。考虑任务方位和交叉工作站内作业时间协同排序, 以最小化位置数量为主要目标, 最小化工作站数量为次要目标, 建立多约束条件下的双边 U 型装配线平衡数学模型, 提出基于多级优先规则的启发式算法求解模型。计算了 20 个经典算例, 将启发式算法计算结果与改进粒子群算法、双目标整数规划方法结果进行对比, 最优结果数量占比 95%, 验证了协同优化模型算法的有效性, 为双边 U 型装配线平衡建模与求解提供有益参考。

关键词: 物流工程; 双边 U 型装配线平衡; 多级优先规则的启发式算法; 协同优化; 分区布局

中图分类号: TB491 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2023)07-2053-08

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20211050

Balancing and collaborative optimization of two-sided U-type assembly line with multi-constraint

JIAO Yu-ling, DENG Xue, LI Lin, LIU Wen-jia, ZHANG Tian-ze, CAO Nan

(College of Transportation, Jilin University, Changchun 130022, China)

Abstract: Aiming at the efficiency improvement and layout optimization of the assembly line, combined with the advantages of the two-sided line and the U-type line, a collaborative optimization model of two-sided U-type assembly line is proposed. A new design with $P-l$ partition layout is defined to simplify the balancing system of two-sided U-type assembly line balancing problem. Considering the task orientation and time sequencing in cross-workstation, to minimize the number of positions as the primary objective and minimize the number of workstations as the secondary objective, the mathematical model of two-sided U-type assembly line balance multi-constraint is established. And a heuristic algorithm based on multi-level priority rules is proposed to solve the model. 20 classic examples are calculated. The results of the heuristic algorithm are compared with the results of the modified particle swarm optimization algorithm and the bi-objective integer programming model method. The number of optimal results accounts for 95%, which verifies that the collaborative optimization model and algorithm are reasonable, and provides a useful

收稿日期: 2021-10-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61873109).

作者简介: 焦玉玲(1968-), 女, 副教授, 博士. 研究方向: 生产物流系统优化与智能算法. E-mail: jyling777@163.com

reference for the modeling and solution of two-sided U-type assembly line balancing.

Key words: logistics engineering; two-sided U-type assembly line balancing; heuristic algorithm of a multi-priority rule; collaborative optimization; partition layout

0 引言

双边 U 型装配线就是双边装配线 U 型布局,同时具有双边线和 U 型线的特点,是双边装配线的拓展和优化。Bartholdi^[1]首次提出双边装配线平衡问题,并用一种基于 First fit rule (FFR) 规则的启发式方法求解。Miltenburg^[2]首次针对 U 型装配线进行研究,建立求解 U 型装配线平衡的数学模型,开发了动态规划求解程序。2010 年, Yegul 等^[3]首次介绍双边 U 型装配线设计,提出多通道随机分配算法,但在双边 U 型装配线系统中,工人只能在特定的“U 形”中心和两个外边侧的区域内装配作业。2012 年, Agpak 等^[4]对 Yegul 等^[3]提出的双边 U 型装配线布局形式做出改进,工人可以在“U 形”的中心和两侧外边装配作业,完善了双边 U 型装配线物理模型。同时 Agpak 等^[4]提出双目标整数规划模型,分别求解了双边直线、双边 U 型装配线平衡问题,结果表明将双边装配线设计成 U 型可以缩短装配线长度、减少工作站数量,还求解了考虑分区约束下的双边 U 型装配线平衡问题,计算结果同样表明双边 U 型比双边直线更具优势。2016 年, Delice 等^[5]引入随机时间,采用遗传算法求解随机双边 U 型装配线平衡问题,首次计算了 148 个节点、205 个节点的大规模随机双边 U 型装配线算例。2017 年, Delice 等^[6]又提出改进粒子群算法求解双边 U 型装配线平衡问题,将计算结果与多种方法求解双边直线的结果进行对比,验证了改进粒子群算法求解双边 U 型问题的有效性。2018 年, Delice 等^[7]首次在双边 U 型装配线平衡问题中考虑序列相关的设置时间,采用蚁群算法求解。

目前,研究双边 U 型装配线平衡问题的文献^[3-7]较少。本文在系统研究直线型、U 型^[8-10]和双 U 型^[11,12]装配线平衡问题建模与算法基础上,定义双边 U 型装配线的布局与系统设计,建立考虑多约束条件下的双边 U 型装配线平衡数学模型,提出基于多级优先规则的启发式算法 (Heuristic algorithm of a multi-priority rule, HAMPR) 求解。

1 双边 U 型装配线

双边 U 型装配线是双边装配线按 U 型布局,与双边直线相比,作业分配和 workstation 组合更复杂。U 型线内侧可以建立交叉 workstation,站内作业具有协同性,双边 U 型装配线系统的平衡与优化更难。

1.1 定义双边 U 型装配线布局与分区

双边 U 型装配线布局如图 1 所示。定义 $P-l$ 分区,流水线按照箭头方向流动,以流动方向将线上的工作面分左、右两侧,两侧工作面分别对应左、右 workstation,如 $\omega_{1,1}$ 和 $\omega_{1,2}, \omega_{1,3}$ 和 $\omega_{1,4}$, 形成装配线双边布局,沿着纵向排列的 4 个工作站 $\omega_{1,1}, \omega_{1,2}, \omega_{1,3}, \omega_{1,4}$ 所对应的横向位置定义 4 个区域 (Location), 从上到下依次排列, $l=1, 2, 3, 4$ 。区域 1 和区域 2 位于装配线的上臂,区域 3 和区域 4 位于装配线的下臂。沿着横向排列的区域定义一系列的位置 (Position), 从左到右依次编号: $p=1, 2, \dots$, 每个位置对应 $l=1, 2, 3, 4$ 四个工作区域。图 1 是产品从装配线的上端进入,对应区域 1 和区域 4 所属方位是装配线的左侧,对应区域 2 和区域 3 所属方位是装配线的右侧。

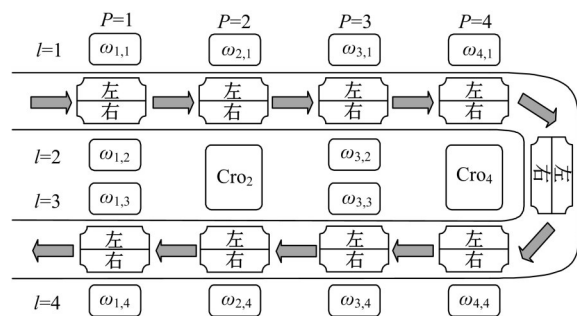


图 1 双边 U 型装配线布局示意图

Fig. 1 Two-side U-type assembly line layout diagram

每个区域都可以安排 workstation,也可以不安排 workstation,这给双边装配线平衡在进行作业分配时增加了灵活性和可变性,能够获得更多的平衡方案,同时也增加了平衡的复杂性。通过合理的任务分配,可实现减少 workstation 数量的同时不增加装配线的长度。

1.2 工作站分类

在双边 U 型装配线平面布局图中,每开启一

一个新位置,如 $p=1$,对应的 $l=1-4$ 区域内,可以依据问题分配工作站,安排最多 4 个工作站,至少 1 个工作站。同一位置的区域 1 和区域 2 处的工作站是一个成对工位,区域 3 和区域 4 处的工作站是一个成对工位。与双边直线一样,成对工位的两个工作站互为对方的伴随工位,伴随工位内的工人同时、并行地装配作业。

基于 U 型装配线工作站可以交叉的特点,双边 U 型工作站分普通工作站和交叉工作站两种类型。普通工作站只加工入口(或出口)单侧作业。交叉工作站位于装配线 U 型内侧,由区域 2 和区域 3 处的普通工作站合并而成。图 1 中位置 $p=2$,在 $l=2, l=3$ 区域形成交叉工作站,如 Cro_2 为交叉工作站,既加工入口作业又加工出口作业。

1.3 双边 U 型装配线特点

双边 U 型装配线兼有双边伴随工作站和 U 型装配线交叉工作站的共同特点:工作站之间的距离近,工作站之间的可视性得到改善,有利于工人互相沟通;当外界需求发生变化时,可以通过增加或减少工人的数量进行重新平衡,灵活性高,能轻松应对准时制生产要求,促进精益生产的实现;操作员都是多技能的,可以灵活改变作业;双边装配线可以缩短装配线的长度,从而提高空间利

用率。

2 数学模型

第一类装配线平衡问题是周期时间已知,最小化装配线工作站数量。双边 U 型装配线存在伴随工作站的左右区分和交叉工作站的作业融合,考虑工作站系统性和分配作业协同性特点,建立双边 U 型装配线平衡双目标协同优化数学模型:以最小化装配线位置数量为首要目标,最小化工作站数量为次要目标。

2.1 装配线平衡条件假设

双边 U 型装配线平衡假设如下:

- (1) 双边装配线上只生产单一类型的产品;
- (2) 装配线上的工人都是多技能的,可以完成任何指派的作业类型;
- (3) 双边装配线左、右两侧工作站的工人可以同时并行作业;
- (4) 作业时间是确定的,与是否分配无关;
- (5) 不考虑设置时间,忽略工人的行走时间和物料移动时间;
- (6) 工作站物料供给不受空间限制,任何位置都可送达,线边不允许有在制品库存。

2.2 符号说明

装配线平衡建模与求解使用符号说明如表 1 所示。

表 1 符号说明

Table 1 Symbol description

C	装配线节拍	UA	未分配作业集合
p	位置循环变量, $P=1, 2, \dots, NP$	CA_l^1	满足优先关系的候选作业集, $l=1, 2, 3, 4$
l	区域循环变量, $l=1, 2, 3, 4$	CA_l^2	满足操作方位约束的候选作业集
NK	工作站总数	CA_l^3	满足当前区域工作站允许开始时间候选作业集
NP	位置总数	CA_l^4	满足节拍约束的候选作业集
$\omega_{p,l}$	位置 p 区域 l 处工作站开启为 1, 否则为 0	$A_{p,l}$	分配至位置 p 区域 l 工作站的作业集合
Cro_p	位置 p 处交叉工作站指示变量(0 为不交叉;1 为交叉;2 为未定义)	$T_{p,l}^s$	位置 p 区域 l 处工作站允许开始时间
t_i	作业 i 的操作时间, 作业编号 i	$T_{p,l}$	位置 p 区域 l 处工作站总时间
t_i^s	作业 i 的开始时间	g	分配到装配线右边为 1, 装配线左边为 0
t_i^f	作业 i 的完成时间	$x_{i,p,l,g}$	作业 i 分配到位置 p 区域 l 的工作站为 1, 未分配为 0
H_i	作业 i 的时间阶位值	$v_{i,j}$	作业 i 在作业 j 之前完成为 1, 否则为 0
Q	所有作业集合	M	一个很大的数
B_{set}	优先关系集合, i 是 j 的先行作业, $(i, j) \in B_{set}$		

2.3 建立数学模型

目标函数是周期时间已知,最小化位置数量和工作站数量的加权和。目标函数可表示为:

$$\text{Min}Z = 10 \times NP + NK$$

约束条件为:

$$\sum_{p=1}^{NP} \sum_{l=1}^4 x_{i,p,l,g} = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{p=1}^{NP} \left(\sum_{l=1}^2 p x_{i,p,l,g} - \sum_{l=1}^2 p x_{j,p,l,g} \right) \leq 0, \forall (i, j) \in B_{set} \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^{NP} \left(\sum_{l=3}^4 p x_{j,p,l,g} - \sum_{l=3}^4 p x_{i,p,l,g} \right) \leq 0, \forall (i,j) \in B_{set} \quad (3)$$

$$t_i^s + t_i \leq C \quad (4)$$

$$t_j^s - (t_i^s + t_i) - M \sum_{p=1}^{NP} \left(\sum_{l=1}^2 p x_{i,p,l,g} - \sum_{l=1}^2 p x_{j,p,l,g} \right) \geq 0, \forall i \in Q, j \in Q, (i,j) \in B_{set} \quad (5)$$

$$t_i^s - (t_j^s + t_j) - M \sum_{p=1}^{NP} \left(\sum_{l=3}^4 p x_{j,p,l,g} - \sum_{l=3}^4 p x_{i,p,l,g} \right) \geq 0, \forall i \in Q, j \in Q, (i,j) \in B_{set} \quad (6)$$

$$t_j^s - (t_i^s + t_i) + M(1 - v_{ij}) + M \sum_{p=1}^{NP} \sum_{l=1}^4 p (x_{j,p,l,g} - x_{i,p,l,g}) \geq 0, \forall i \in Q, j \in Q, (i,j) \notin B_{set} \quad (7)$$

$$t_i^s - (t_j^s + t_j) + M v_{ij} + M \sum_{p=1}^{NP} \sum_{l=1}^4 p (x_{i,p,l,g} - x_{j,p,l,g}) \geq 0, \forall i \in Q, j \in Q, (i,j) \notin B_{set} \quad (8)$$

$$x_{i,p,l,0} = 1, i \in Q_L \quad (9)$$

$$x_{i,p,l,1} = 1, i \in Q_R \quad (10)$$

式(1)是分配约束,表示作业能且仅能被分配一次;式(2)(3)是入(出)口作业优先关系约束,表示当作业*j*作为入(出)口作业分配到装配线入(出)口侧时,它的先行作业*i*也是入(出)口作业,且必须在它之前(后)分配;式(4)~(8)是周期时间约束,式(4)表示被分配作业完成时间小于等于节拍,该项作业完成时间为作业在当前工作站的开始时间和作业操作时间之和;式(5)(6)表示当作业*i*和作业*j*之间存在优先关系,假设*i*是*j*的先行作业,那么在入(出)口侧,无论是否分配到同一个工作站,作业*i*在作业*j*之前(后)分配;式(7)为当作业*i*和作业*j*之间不存在优先关系,且分配到同一个工作站时,若作业*i*在作业*j*之前分配,则*v_{i,j}* = 1,表示作业*j*的开始时间大于等于作业*i*的完成时间;式(8)为若作业*j*在作业*i*之前分配,则*v_{i,j}* = 0,表示作业*i*的开始时间大于等于作业*j*的完成时间;式(9)(10)为操作方位约束,L型作业分配到装配线左侧工作站,R型作业分配到装配线右侧工作站。

3 多级优先规则的启发式算法

针对多约束条件下的双边U型装配线平衡数学模型,提出多级优先规则的启发式算法(HAMPR)求解。求解过程分3步:①依次搜索满足4层约束条件的候选作业;②当满足约束的候选作业有多个时,入(出)口臂依据作业的时间

阶位值由大(小)到小(大)分配作业;③根据选择作业的属性决定其分配区域并判断是否组成交叉工作站。

3.1 确定区域的候选作业集合

对应一个新位置,选择作业从未分配作业集合(UA)中筛选出每个区域的候选作业集合,确定满足4个层次约束的候选作业集合,具体步骤如下。

(1)确定满足优先关系约束的候选作业集合CA_l¹。根据优先关系图选择没有紧前(紧后)作业或紧前(紧后)作业已分配的作业作为入(出)口候选作业,对应分配区域1(3)和区域2(4)。

(2)确定满足操作方位约束的候选作业集合CA_l²。根据装配关系中作业标明的操作方位属性确定与区域所处装配线的方位属性一致的作业。

根据装配线布局图,统计每个区域的工作站分配的作业方位属性对应关系,如表2所示。区域1和区域4分配L型作业,区域2和区域3分配R型作业。

表2 工作区域可分配作业的属性统计表

Table 2 Types statistics of assignable jobs for locations

属性	工作站所属区域			
	区域1	区域2	区域3	区域4
工作站方位	入口作业	入口作业	出口作业	出口作业
作业方向	L型E型	R型E型	R型E型	L型E型

(3)确定满足当前区域工作站允许开始时间的候选作业集合CA_l³。与单边装配线不同,双边U型装配线的两边工作站同时、并行作业,左、右两边都存在先后关系约束。一个工作站内作业的操作顺序确定不仅考虑站内作业先后排序,还要考虑本站与伴随工作站、交叉工作站的协同排序,否则可能会产生不必要的等待时间,从而影响装配线平衡效果。在确定候选作业时,作业的开始时间应等于当前区域工作站允许开始时间。

(4)确定满足节拍约束的候选作业集合CA_l⁴。受流水线节拍限制,每项作业的完成时间都不能超过给定的节拍,每项作业完成时间等于该作业开始时间与作业操作时间之和。第三层约束筛选出的作业*i*都满足条件*t_i^s* = *T_{p,l}^s*,因此判断作业*i*是否满足第四层约束时,只需判断该作业*i*是否满足条件*T_{p,l}^s* + *t_i* ≤ *C*。

CA_l⁴即是最终确定的每个区域的候选作业集合,且有:CA_l⁴ ⊆ CA_l³ ⊆ CA_l² ⊆ CA_l¹。作业选择过程需要从集合CA_l⁴中选择符合条件的作业。

3.2 作业分级选择

区域候选作业集合列出了可以分配的全部作业。作业选择过程就是按照先入口臂再出口臂的顺序从区域候选作业集合中选择一项作业分配到工作站。入(出)口臂对应 1 和 2(3 和 4)区域的工作站,从集合 $CA_1^4 \cup CA_2^4 (CA_3^4 \cup CA_4^4)$ 中选择作业。

作业选择前首先要对 $CA_1^4 \cup CA_2^4 (CA_3^4 \cup CA_4^4)$ 中可分配作业的数量做判断,存在以下 3 种情况。

(1)当该作业集中有多项作业时,依据作业的时间阶位值依次选择要分配的作业。入口臂优先选择时间阶位值较大的作业,出口臂优先选择时间阶位值较小的作业。当阶位值相同时,优先选择带有操作方位属性(L 型或 R 型)的作业,当操作方位属性也相同时(同为 L 型或 R 型),则选择作业编号小的作业。

(2)当该作业集中只有一项作业时,直接选择该作业分配到对应区域的工作站。

(3)当该作业集合为空集时,有两种处理情况:一种是当前位置的工作站满载,需要开启新的位置,即令 $p = p + 1$,重新确定每个区域的候选作业集合 CA_l^4 ;一种是入(出)口臂左、右两侧区域工作站允许开始时间不一致,若当前区域工作站允许开始时间小于其伴随工位允许开始时间,即 $T_{p,l}^s < T_{p,l+1}^s$ 时,更新 $T_{p,l}^s = T_{p,l+1}^s$,重新确定区域候选作业集合。若当前区域工作站允许开始时间大于其伴随工位允许开始时间,即 $T_{p,l}^s > T_{p,l+1}^s$ 时,从入(出)口臂更换到出(入)口臂选择作业。

3.3 考虑时间排序的作业分配

明确了作业选择规则,开始选择作业分配,当作业选定后,对应的分配区域也就确定了。L 型和 R 型作业直接分配,E 型作业随机选择一侧。作业的分配区域在装配线的内侧(中心)时,判断是否建立交叉工作站。作业分配的具体步骤如下。

(1)判断作业的分配区域。根据作业所属的区域候选作业集合确定拟分配区域。L 型和 R 型

作业直接分配,E 型作业随机选择一侧。

(2)分配作业至对应区域的工作站。确定拟分配区域,开启该区域的工作站,更新 $\omega_{p,l} = 1$,更新工作站已分配作业集合 $A_{p,l} = A_{p,l} + i$ 。

(3)更新当前区域工作站时间。当前区域工作站时间等于当前区域工作站的允许开始时间与此次分配作业的操作时间之和,即 $T_{p,l} = T_{p,l}^s + t_i$ 。

(4)判断是否组成交叉工作站。每开启一个新位置,当前位置交叉工作站的情况是未知的,因此初始化时令 $Cro_p = 2$ 。当作业分配到区域 2(3)时,判断是否 $Cro_p = 2$,若不是,转步骤(5);若是,判断区域 3(2)处工作站是否已有作业。当区域 3(2)处工作站已有作业,判断区域 2 处工作站时间与区域 3 处工作站时间之和若小于等于节拍,则组成交叉工作站,更新 $Cro_p = 1$,并更新区域 2 和区域 3 处工作站的时间: $T_{p,2} = T_{p,3} = (T_{p,2} + T_{p,3})$;若超过给定的节拍,不组成交叉工作站,更新 $Cro_p = 0$;当区域 3(2)处工作站没有作业时,转步骤(5)。

(5)更新当前区域工作站的允许开始时间,即 $T_{p,l}^s = T_{p,l}$ 。

(6)更新未分配作业集合: $UA = UA - i$ 。当未分配作业集合为空集时,所有作业都已分配完成。

4 解释性算例 1

结合 12 个节点算例说明多级优先规则的启发式算法(HAMPR)求解模型的具体过程,其优先关系图见图 2,周期时间设置为 5。计算过程如下。

4.1 计算作业时间阶位值

作业 i 的时间阶位值等于作业 i 本身的时间及其后续作业的时间之和。图 2 优先关系图中的作业时间阶位值计算结果见表 3。

4.2 确定候选作业集合并分配

确定各个分区的候选作业集合 $CA_1^4 = \{1, 3\}$, $CA_2^4 = \{2, 3\}$, $CA_3^4 = \{10, 12\}$,

表 3 时间阶位值计算结果

Table 3 Time order value calculation results

参数 符号	作业编号											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t_i	2	3	2	3	1	1	3	3	2	2	2	1
H_i	10	17	8	8	14	6	5	5	5	2	3	1

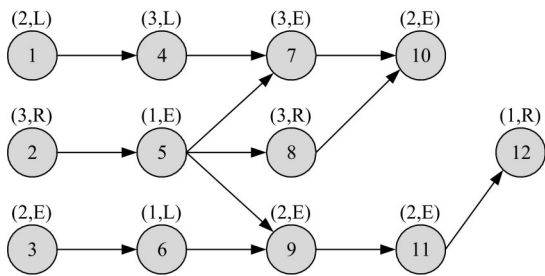


图 2 作业优先关系图

Fig. 2 Job precedence diagram

$CA_4^4 = \{10\}$ 。

从集合 $CA_1^4 \cup CA_2^4$ 中选择作业分配入口臂, 优先选择时间阶位值最大的作业 2。作业 2 是 R 型作业, 应分配到位置 1 区域 2 处工作站, 更新 $\omega_{1,2} = 1$, 已分配作业集合 $A_{1,2} = \{2\}$, 当前工作站时间 $T_{1,2} = 3$ 。由于 $Cr_{01} = 2, A_{1,3} = \emptyset$, 表示位置 1 区域 3 处工作站没有分配作业, 因此位置 1 处交叉工作站的情况无法判定, 不改变 $Cr_{01} = 2$ 。更新当前区域工作站的允许开始时间: $T_{1,1}^s = 0, T_{1,2}^s = 4, T_{1,3}^s = 0, T_{1,4}^s = 0$, 未分配作业集合 $UA = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ 。

从集合 $CA_3^4 \cup CA_4^4$ 中选择作业分配出口臂, 优选时间阶位值最小的作业 12。作业 12 是 R 型作业, 应分配到位置 1 区域 3 处的工作站, 更新 $\omega_{1,3} = 1$, 已分配作业集合 $A_{1,3} = \{12\}$, 更新当前工作站时间 $T_{1,3} = 1$ 。由于 $Cr_{01} = 2, A_{1,2} = \{2\}$, 且 $T_{1,2} + T_{1,3} = 4 < 5$, 因此位置 1 处启用交叉工作站, 更新 $Cr_{01} = 1$, 更新区域 2 和区域 3 处工作站时间: $T_{1,2} = T_{1,3} = T_{1,2} + T_{1,3} = 4$ 。更新当前区域工作站的允许开始时间: $T_{1,1}^s = 0, T_{1,2}^s = 4, T_{1,3}^s = 4, T_{1,4}^s = 0$, 未分配作业集合 $UA = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ 。

4.3 更新每个区域的候选作业集合

以区域 1 候选作业集合为例, 详细说明更新候选作业集合的步骤。

(1)更新集合 CA_1^1 。选择没有紧前作业和紧前作业已分配的作业 1、3、5 写进集合 $CA_1^1 = \{1, 3, 5\}$ 。

(2)更新集合 CA_1^2 。从集合 CA_1^1 中选择 L 型

5.1 评价指标

双边 U 型装配线平衡模型的目标函数是最小化工作站, 工作站含义不同, 评价指标包括:

(1)位置数量。平衡的主要目标就是最小化位置数量, 意义在于尽可能缩短装配线长度, 体现双边装配线的设计优势。

和 E 型作业写进集合 $CA_1^2 = \{1, 3, 5\}$ 。

(3)更新集合 CA_1^3 。从集合 CA_1^2 中选择开始时间等于当前区域工作站允许开始时间的作业写进集合 CA_1^3 。因为作业 5 的紧前作业 2 的完成时间 $t_2^f = 3$, 当前工作站允许开始时间 $T_{1,1}^s = 0$, 故作业 5 的开始时间 $t_5^s = t_2^f = 3, t_5^s \neq T_{1,1}^s$, 因此作业 5 不满足第三层次的约束。经过计算, 作业 1 和作业 3 满足第三层次的约束, 故集合 $CA_1^3 = \{1, 3\}$ 。

(4)更新集合 CA_1^4 。从集合 CA_1^3 中选择满足节拍约束的作业写进集合 CA_1^4 。 $T_{1,1}^s + t_1 = 2 < 5, T_{1,1}^s + t_3 = 2 < 5$, 作业 1 和作业 3 满足第四层次的约束, 故集合 $CA_1^4 = \{1, 3\}$ 。返回步骤(2)(3), 按照目标函数和约束条件分配全部作业, 得到分配方案见图 3, 结果为 2 个位置, 5 个工作站。

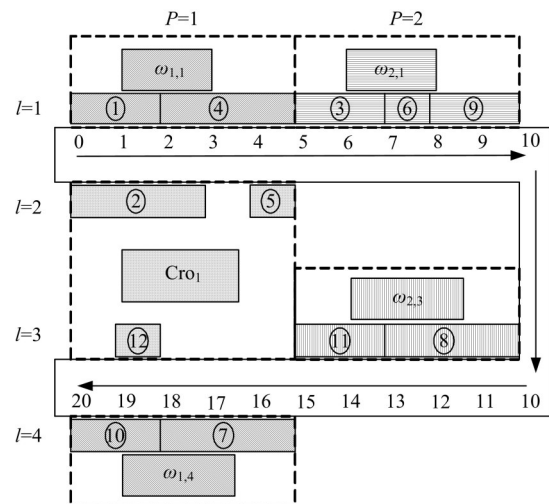


图 3 周期时间为 5 的作业加工排序图

Fig. 3 Task processing sequence diagram with 5 cycle time

5 经典算例

运用多级优先规则的启发式算法(HAMPR)求解双边 U 型装配线平衡模型, 选取位置数量(NP)和工作站数目(NK)结果作为指标, 与改进粒子群优化算法(PSO)^[6]和双目标整数规划模型方法(BIOIP)^[4]的计算结果对比, 结果见表 4。

(2)工作站数目。工作站数目最小化是平衡的次要目标。给定周期时间, 工作站数量越少, 说明平衡后每个工作站的负载更接近饱和, 工作站利用率更高。装配线的整体利用率会有所提升, 这是进行装配线平衡的目的所在。同时, 位置数量相同, 启用的工作站数越少, 一定程度上可以缩

表 4 计算结果与评价指标汇总表

Table 4 Summary of calculation results and indicators

算例	节拍	理论值	HAMPR			PSO ^[6]		BIOIP ^[4]			
			双边 U 型			双边 U 型		双边 U 型		双边直线	
			NP	NK	Cro	NP	NK	NP	NK	NP	NK
P9	3	6	2	6	0	2	6	2	6	3	6
	4	5	2	5	0	2	5	2	5	3	5
	5	4	1	4	0	1	4	1	4	2	4
	6	3	1	3	0	1	3	1	3	2	3
P12	5	5	2	5	1	2	5	2	5	4	5
	6	5	2	5	1	2	5	2	5	3	5
	7	4	1	4	0	1	4	1	4	2	4
	8	4	1	4	0	1	4	1	4	2	4
	15	6	2	6	2	2	6	2	6	4	6
P16	16	6	2	6	0	2	6	2	6	3	6
	18	5	2	5	1	2	5	2	5	4	5
	19	5	2	5	1	2	5	2	5	3	5
	20	5	2	5	1	2	5	2	5	3	5
	21	4	2	5	2	2	4	2	4	4	4
P24	22	4	2	4	2	1	4	1	4	2	4
	18	8	3	8	2	2	8	2	8	4	8
	20	7	3	8	2	2	7	2	7	4	7
	25	6	2	6	2	2	6	2	6	3	6
	30	5	2	5	2	2	5	2	5	3	5
	40	4	1	4	0	1	4	1	4	2	4

短装配线宽度。计算公式如下:

$$NK = \sum_{p=1}^{NP} \sum_{l=1}^4 \omega_{p,l} - \sum_{p=1}^{NP} Cro_p \quad (11)$$

5.2 计算结果与对比评价

计算结果列于表 4 中,第 1 列是经典算例名称,第 2 列是给定的节拍,第 3 列是工作站数的理论值^[6],第 4~6 列是本文 TUHA 算法的结果,第 7~8 列是改进粒子群算法(PSO)^[6]的计算结果,第 9~10 列是双目标整数规划模型 BIOIP^[4]方法的结果,第 11~12 列是双边直线^[4]的结果。BIOIP 算法结果是最优解,与双边直线求解结果对比,同一个算例工作站数 NK 相同,但双边 U 型的位置数量 NP 减小了,说明双边 U 型在空间布局上优于双边直线。

从表 4 中 TUHA 算法的计算结果可见,20 个算例中,装配线位置数量 NP 达到最优解的算例有 17 个,工作站数 NK 达到最优解的算例有 19 个,最优解率为 95%,与改进粒子群优化算法(PSO)相比,最优率接近,验证了本文模型和算法合理可行。

6 结束语

定义双边 U 型装配线 P-l 分区,建立考虑多级约束条件下的双边 U 型装配线平衡数学模型,提出基于多级优先规则的启发式算法。结合算例说明了求解过程并给出分配结果,计算了 20 个小规模经典算例,平衡结果与 PSO 算法和 BIOIP 方法对比分析,得出以下结论:① 20 个算例结果最优解率为 95%,与粒子群算法结果接近,验证了协同优化模型和启发式算法的有效性,且算法速度较快;② 双边装配线采用 U 型布局在工作站总数相同的条件下,可以减少位置数量,即缩短装配线长度,产品在线上停留时间也将缩短,不仅节能而且生产效率也将提高。

参考文献:

[1] Bartholdi J J. Balancing two-sided assembly lines: a case study[J]. International Journal of Production Research, 1993, 31(10): 2447-2461.
 [2] Miltenburg G J. The U-line line balancing problem [J]. Management Science, 1994, 40(10): 1378-1388.
 [3] Yegul M F, Agpak K, Yavuz M. A new algorithm

- for U-shaped two-sided assembly line balancing[J]. Transaction of The Canadian Society for Mechanical Engineering, 2010, 34(2): 225-241.
- [4] Agpak K, Yegul M F, Gokcen H. Two-sided U-type assembly line balancing problem[J]. International Journal of Production Research, 2012, 50(18): 5035-5047.
- [5] Delice Y, Aydogan E K, Ozcan U. Stochastic two-sided U-type assembly line balancing: a genetic algorithm approach[J]. International Journal of Production Research, 2016, 54(11): 3429-3451.
- [6] Delice Y, Aydogan E K, Ozcan U, et al. Balancing two-sided U-type assembly lines using modified particle swarm optimization algorithm[J]. 4OR-A Quarterly Journal of Operations Research, 2017, 15(1): 37-66.
- [7] Delice Y, Aydogan E K, Soylemez I, et al. An ant colony optimisation algorithm for balancing two-sided U-type assembly lines with sequence-dependent set-up times[J]. SADHANA-Academy Proceedings in Engineering Sciences, 2018, 43(12): No. 133588301.
- [8] 焦玉玲, 邢小翠, 朱春风等. 简单直线和U型装配线平衡中的改进阶位法[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2019, 47(1): 143-148.
Jiao Yu-ling, Xing Xiao-cui, Zhu Chun-feng, et al. Modified ranked positional weight technique for assembly line balancing of simple line and U-shape[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2019, 47(1): 143-148.
- [9] Zhang Zi-kai, Tang Qiu-hua, Li Zi-xiang, et al. Modelling and optimisation of energy-efficient U-shaped robotic assembly line balancing problems[J]. International Journal of Production Research, 2019(17): 5520-5537.
- [10] Zhang Zi-kai, Tang Qiu-hua, Zhang Li-ping. Mathematical model and grey wolf optimization for low-carbon and low-noise U-shaped robotic assembly line balancing problem[J]. Journal of Cleaner Production, 2019, 215: 744-756.
- [11] 焦玉玲, 李名鹏, 王占中, 等. 一种随机双U型装配线优先权值平衡方法[J]. 吉林大学学报:工学版, 2020, 50(6): 2087-2093.
Jiao Yu-ling, Li Ming-juan, Wang Zhan-zhong, et al. A random double U-shaped assembly line balancing method using priority value[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2020, 50(6): 2087-2093.
- [12] Jiao Yu-ling, Jin Han-qi, Xing Xiao-cui, et al. Assembly line balance research methods, literature and development review[J]. Concurrent Engineering, 2021, 29(2): 183-194.