

# 双行星排式混合动力传动系统非线性振动响应特性分析

汪少华<sup>1,2</sup>, 张启睿<sup>1</sup>, 施德华<sup>1,2</sup>, 殷春芳<sup>3</sup>, 李 春<sup>4</sup>

(1. 江苏大学汽车工程研究院, 江苏 镇江 212013; 2. 江苏省新能源汽车电驱动系统与智能控制工程研究中心, 镇江 212013; 3. 江苏大学电气信息工程学院, 江苏 镇江 212013; 4. 金龙联合汽车工业(苏州)有限公司, 江苏 苏州 215026)

**摘要:** 针对一种双行星排混合动力传动系统, 建立包含综合时变啮合刚度和啮合误差等内部激励以及不同动力源输出转矩和负载转矩等外部激励的纯轴向扭转非线性动力学模型。在此基础上, 针对纯电动和混合动力驱动模式, 采用四阶 Runge-Kutta 法研究系统在不同转矩激励下的非线性高频振动特性, 获取不同动力源转矩分配对行星排各构件振动响应行为的影响。研究结果表明, 在双电机联合驱动模式下, 前行星排振动响应量大于后行星排, 后行星排的振动响应波动范围大于前行星排, 电机 MG2 应优先工作在转矩较大且较为恒定的工作区间; 混合动力驱动模式下, 前行星排受电机 MG1 影响较大, 振动响应量及振动响应波动范围大于后行星排, 电机 MG1 应保持在较为恒定的工作区间, 电机 MG2 优先工作在较大的转矩区间。研究结果将为基于双行星排构型的功率分流式混合动力汽车系统动力学行为分析与转矩决策优化提供理论基础。

**关键词:** 车辆工程; 双行星排; 动力学模型; 振动响应特性; 转矩分配

**中图分类号:** U463.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2024)04-0890-12

**DOI:** 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20221107

## Analysis of nonlinear vibration response characteristics of hybrid transmission system with dual-planetary gear sets

WANG Shao-hua<sup>1,2</sup>, ZHANG Qi-rui<sup>1</sup>, SHI De-hua<sup>1,2</sup>, YIN Chun-fang<sup>3</sup>, LI Chun<sup>4</sup>

(1. Automotive Engineering Research Institute, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China; 2. Jiangsu Province Engineering Research Center of Electric Drive System and Intelligent Control for Alternative Vehicles, Zhenjiang 212013, China; 3. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China; 4. Higer Bus Company Limited, Suzhou 215026, China)

**Abstract:** Aiming at the hybrid transmission system with dual-planetary gear sets, the purely axial-torsional nonlinear dynamic model considering the internal excitations, including the comprehensive time-

**收稿日期:** 2022-12-08.

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(51905219); 江苏省自然科学基金资助项目(BK20190844); 镇江市重点研发计划项目(GY2020020).

**作者简介:** 汪少华(1978-), 男, 教授, 博士. 研究方向: 车辆动态性能模拟与控制. E-mail: shwang@ujs.edu.cn

**通信作者:** 施德华(1989-), 男, 副教授, 博士. 研究方向: 混合动力系统动态性能优化与控制理论.

E-mail: dhshi@ujs.edu.cn

varying meshing stiffness and meshing error, and the external excitations, including the load torque and output torque of different power sources, is established. On this basis, the fourth-order Runge-Kutta method is applied to study the nonlinear high-frequency vibration characteristics of the system in the pure electric and hybrid driving modes with different torque excitations. The impacts of the torque allocation of different power sources on each component of the planetary gear sets are obtained. Research results demonstrate that in the pure electric driving mode with dual motors, the vibration response of the front planetary gear set is greater than that of the rear one, and the vibration fluctuation of the rear planetary row is greater than that of the front planetary row. The motor MG2 should preferentially work in the working range with large and constant torque; In the hybrid drive mode, the front planetary row is greatly affected by the motor MG1, and the vibration response amount and vibration response fluctuation range are larger than those of the rear planetary row. The motor MG1 should be kept in a relatively constant working range, and the motor MG2 should preferentially work in a larger torque range. The research results will provide a theoretical basis for the dynamic behavior analysis and torque allocation optimization of the power-split HEV based on the dual-planetary gear sets configuration.

**Key words:** vehicle engineering; dual-planetary gear sets; dynamic model; vibration response characteristics; torque distribution

## 0 引言

混合动力汽车(Hybrid electric vehicle, HEV)兼具传统汽车续航里程长和纯电动汽车高效清洁的优点。以丰田Prius、通用双模等构型为代表的功率分流式HEV行星排传动系统具有运动平稳、抗冲击能力强、能够实现电子无级变速等显著特点,受到了广泛关注<sup>[1,2]</sup>。然而,受到发动机、电机、负载等外部激励以及行星排各构件之间综合时变啮合刚度和啮合误差等内部激励的影响,且双行星排传动系统各构件振动响应相互干扰,系统非线性振动响应特性复杂,国内外学者针对行星排传动系统的振动响应行为进行了深入的研究。

Kahraman<sup>[3]</sup>运用集中参数法建立单行星排传动系统动力学模型,对行星齿轮传动系统的固有特性进行了分析。Ahmet<sup>[4]</sup>、Wu等<sup>[5]</sup>考虑时变啮合刚度对齿轮传动特性的影响。孙涛等<sup>[6]</sup>将方程进行量纲化处理,将单自由度非线性方程的解法推广到多自由度非线性微分方程组中。Sheng等<sup>[7]</sup>、Mo等<sup>[8]</sup>分析了双行星排传动系统的静态与动态均载系数以及中心齿轮的运行规律。在此基础上,林何等<sup>[9]</sup>、李思千等<sup>[10]</sup>进一步以系统动态均载特性为评价指标进行了分析,为行星轮系的动力学分析和动态均载特性的研究提供了参考。胡鹏等<sup>[11]</sup>、孙智民等<sup>[12]</sup>分别通过Runge-Kutta法和Gill积分法等数值解法进行非线性求解,证实了利用集中参数法建立行星齿轮传动系统分析模型

的可行性。然而,上述研究大多建立在行星传动系统的某个特定工况,较少涉及其在变负载下的振动行为分析。

唐友福等<sup>[13]</sup>研究了变转速工况下传动系统动态响应特性,并通过试验台升速过程测试信号分析其动力学模型的有效性。向玲等<sup>[14]</sup>分析了不同激励频率和啮合阻尼对行星齿轮传动系统的影响。刘辉等<sup>[15]</sup>考虑实际运行工况下驱动力和负载力的时变性,研究了发动机动态激励下产生的啮合力非线性特性。虽然上述研究考虑了行星排传动系统在实际运行中受到的动态外部激励,但是依旧局限在某个特定的驱动模式。然而,混合动力车辆在行驶过程中需要根据不同工况切换到纯电动、混合动力等不同驱动模式,在不同模式下,双行星排传动系统受到的外部激励差异显著,外部和非线性内部激励的耦合导致构件的非线性振动响应特性更加复杂。

本文以双行星排的功率分流式混合动力系统为研究对象,建立的系统包含内外部激励的纯轴向扭转非线性动力学方程,采用数值解法获取行星齿轮传动系统的非线性振动响应曲线,研究各构件在不同驱动模式不同动力源转矩分配时的振动响应特性,从而为不同驱动模式各动力源转矩分配提供指导,为混合动力汽车行星齿轮传动系统的动态特性分析及多动力源转矩分配提供理论依据。

# 1 混合动力传动系统非线性模型

## 1.1 双行星排混合动力构型

本文研究的双行星排混合动力构型如图 1 所示。发动机与前行星排行星架  $c_1$  相连,电机 MG1 与前行星排太阳轮  $s_1$  相连,系统动力在内齿圈  $r_1$  汇合后传递到后行星排行星架  $c_2$ ,此动力与电机 MG2 通过太阳轮  $s_2$  传递的动力汇合后经过后行星排行星架  $c_2$  输出,其中后行星排内齿圈  $r_2$  固定,图中下标  $j(j=1, 2, 3)$  代表第  $j$  个行星轮。双行星排齿轮传动系统各部件主要参数如表 1 所示。

## 1.2 混合动力传动系统动力学模型

假设以  $OXY$  为系统的静坐标系,坐标原点取太阳轮质心的理论位置; $oxy$  为系统动坐标系,坐标原点取行星架质心的理论位置;坐标系  $o_jx_jy_j$  原点位于第  $j$  个行星轮质心的理论位置,其中坐标系  $oxy$  的  $x$  轴与坐标系  $o_jx_jy_j$  的  $x$  轴重合。

针对图 1 所示的双行星排混合动力系统,采用集中参数法建立系统轴向扭转非线性动力学模型<sup>[16]</sup>,如图 2 所示,并有以下假设:

表 1 双行星排齿轮系统主要参数

Table 1 Specifications of the dual-planetary gear sets

参数	前行星排				后行星排			
	行星架 $c_1$	内齿圈 $r_1$	太阳轮 $s_1$	行星轮 $p_1$	行星架 $c_2$	内齿圈 $r_2$	太阳轮 $s_2$	行星轮 $p_2$
模数/mm	1.5	1.5	1.5	1.5	2.5	2.5	2.5	2.5
压力角/(°)	20	20	20	20	20	20	20	20
螺旋角/(°)	27.088	27.088	27.088	27.088	27.088	27.088	27.088	27.088
齿数	—	96	48	24	—	96	48	24
基圆直径/mm	105.572	135.316	67.658	33.829	162.549	197.335	98.668	49.334

(2)行星架上的行星轮等圆周分布,其质量、惯量等参数均相同;

(3)忽略齿轮间由于轴向振动产生的分散啮合力,将其方向集中在沿啮合线方向;

(4)忽略轴向垂直运动,保留轴向周转运动;

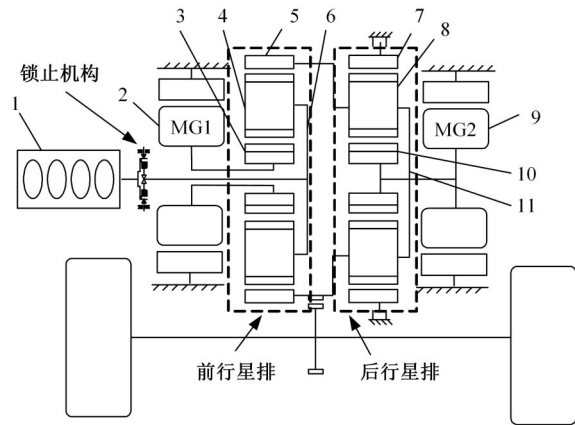
(5)不考虑齿轮间高强度运转后带来的轮齿磨损、轮齿点蚀等失效形式。

图 2 中,  $k_{i1j}$ 、 $k_{i2j}$  分别为前、后行星排行星轮与太阳轮、内齿圈间的时变啮合刚度,  $e_{i1j}$ 、 $e_{i2j}$  分别为前、后行星排行星轮与太阳轮、内齿圈间的啮合误差,其中  $i_1=c_1, r_1, s_1$ ;  $i_2=c_2, r_2, s_2$ 。

## 1.3 双行星排混合动力传动系统内部激励

(1)综合时变啮合刚度激励

根据各齿轮啮合位置与其刚度值,考虑不同内、外啮合齿轮的端面重合度,得到一对轮齿内、



1-发动机; 2-电机MG1; 3-太阳轮 $s_1$ ; 4-行星轮 $p_{1j}$ ;  
5-内齿圈 $r_1$ ; 6-行星架 $c_1$ ; 7-内齿圈 $r_2$ ; 8-行星轮 $p_{2j}$ ;  
9-电机MG2; 10-太阳轮 $s_2$ ; 11-行星轮 $c_2$

图 1 传动系统结构简图

Fig. 1 Structure diagram of the transmission system

(1)行星架、内齿圈、太阳轮、行星轮均为刚体,齿轮间相互啮合简化为由弹簧连接的圆柱体,弹簧的刚度系数为计算啮合齿间弹性变形得到的啮合刚度,系统整体视为弹性-刚性耦合体;

外啮合时不同啮合位置的全齿宽综合啮合刚度<sup>[17]</sup>。对综合时变啮合刚度进行常值分离,并对时变部分进行 3 次傅里叶变换,分别建立前、后行星排行星轮与太阳轮、内齿圈间的外、内啮合综合时变刚度。

前行星排:

$$\left\{ \begin{aligned} k_{s1j}(t) &= k_{s1h} + \Delta k_{s1j}(t) = \\ & 2.046 \times 10^8 + \sum_{j=1}^3 (s_{s1j}^j \cos \omega_1 t + r_{s1j}^j \sin \omega_1 t) \\ k_{s2j}(t) &= k_{s2h} + \Delta k_{s2j}(t) = \\ & 2.988 \times 10^8 + \sum_{j=1}^3 (s_{s2j}^j \cos \omega_2 t + r_{s2j}^j \sin \omega_2 t) \end{aligned} \right.$$

(1)

后行星排:

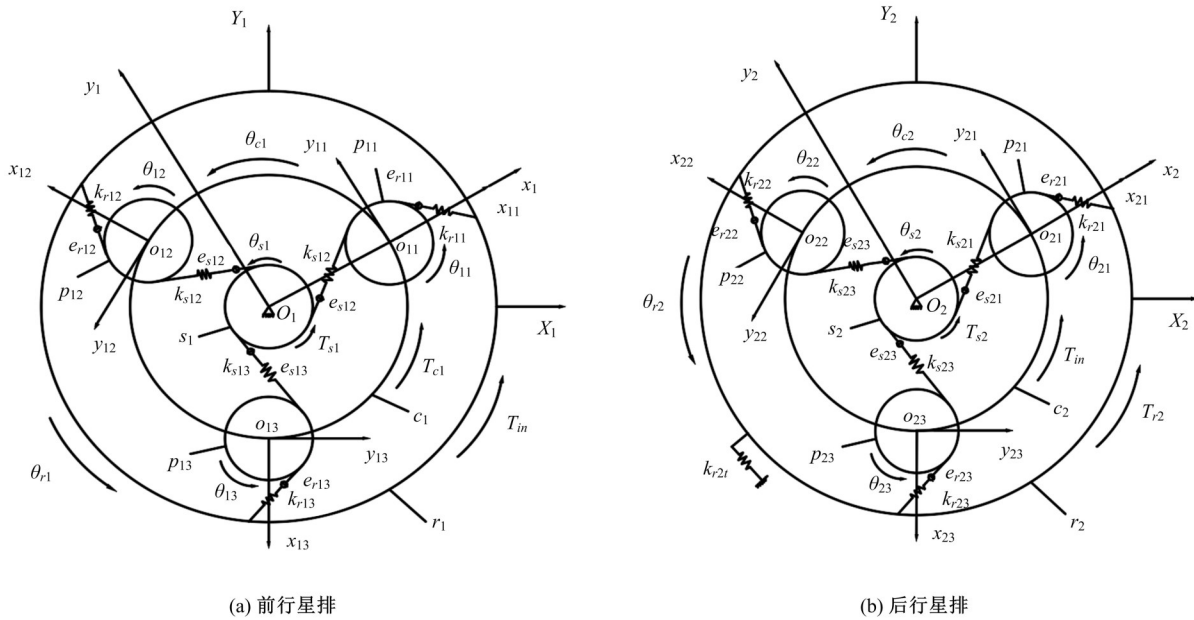


图 2 双行星排动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of the dual-planetary gear sets

$$\begin{cases} k_{r1j}(t) = k_{r1h} + \Delta k_{r1j}(t) = 2.247 \times 10^8 + \sum_{j=1}^3 (s_{r1j}^j \cos l\omega_1 t + r_{r1j}^j \sin l\omega_1 t) \\ k_{r2j}(t) = k_{r2h} + \Delta k_{r2j}(t) = 3.695 \times 10^8 + \sum_{j=1}^3 (s_{r2j}^j \cos l\omega_2 t + r_{r2j}^j \sin l\omega_2 t) \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $k_{rj}(t)$  为前、后行星排行星轮与太阳轮、内齿圈间的综合时变啮合刚度;  $k_{ih}$ 、 $\Delta k_{ij}(t)$  分别为综合时变啮合刚度中的常值部分和时变部分;  $s_{ij}^j$ 、 $r_{ij}^j$  均为时变部分的傅里叶系数;  $l$  为时变部分的周期序列;  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  分别为前、后行星排齿间啮合频率。

根据行星排中各齿轮的转动频率及相对运动原理, 推导得到后行星排的啮合频率为:

$$\omega_2 = \frac{\omega_{s2} Z_{s2} Z_{r2}}{Z_{s2} + Z_{r2}} = \omega_{c2} Z_{r2} \quad (3)$$

式中:  $\omega_{s2}$ 、 $\omega_{r2}$  分别为后行星排太阳轮和内齿圈的转动频率;  $Z_{s2}$ 、 $Z_{r2}$  分别为后行星排太阳轮与内齿圈齿数。

该构型前行星排内齿圈与后行星排行星架转动频率相同, 故前行星排的啮合频率为:

$$\omega_1 = \frac{Z_{r1}}{Z_{r2}} \omega_2 \quad (4)$$

式中:  $Z_{r1}$  为前行星排内齿圈齿数。

图 3 和图 4 分别为通过 3 次傅里叶级数拟合得到的前、后行星排行星轮与太阳轮、内齿圈间的外、内综合时变啮合刚度。

(2) 综合啮合误差激励

双行星排中的外、内综合啮合误差均可以考虑为按正弦规律变化<sup>[14]</sup>, 结合相位关系, 分别表达为:

$$\begin{cases} e_{i1j}(t) = E_{i1j} \sin(\omega_1 t + 2\pi\alpha_{i1j}) \\ e_{i2j}(t) = E_{i2j} \sin(\omega_2 t + 2\pi\alpha_{i2j}) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $E_{i1j}$ 、 $E_{i2j}$  分别为前、后行星排各齿轮间啮合误差的幅值;  $\alpha_{i1j}$ 、 $\alpha_{i2j}$  分别为前、后行星排各齿轮间的啮合初相位。

2 混合动力传动系统运动微分方程

前、后行星排中行星轮与太阳轮、内齿圈之间的相对位移为:

$$\begin{cases} \delta_{r1j}(t) = (\theta_{r1} R_{s1} - \theta_{c1} R_{c1} - \theta_{p1j} R_{p1j}) \cos \beta + e_{r1j}(t) \\ \delta_{r2j}(t) = (\theta_{r2} R_{s2} - \theta_{c1} R_{c1} - \theta_{p2j} R_{p2j}) \cos \beta + e_{r1j}(t) \\ \delta_{s1j}(t) = (\theta_{s1} R_{s1} - \theta_{c1} R_{c1} + \theta_{p1j} R_{p1j}) \cos \beta + e_{s1j}(t) \\ \delta_{s2j}(t) = (\theta_{s2} R_{s2} - \theta_{c2} R_{c2} + \theta_{p2j} R_{p2j}) \cos \beta + e_{s2j}(t) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\delta_{r1j}(t)$ 、 $\delta_{r2j}(t)$ 、 $\delta_{s1j}(t)$ 、 $\delta_{s2j}(t)$  分别为前、后行星排行星轮与太阳轮、内齿圈之间沿啮合线的相对位移。

双行星排传动系统的纯轴向扭转运动微分方程如下所示:

前行星排:

$$(J_{c1} + 3m_{p1} R_{p1}^2) \ddot{\theta}_{c1} = \sum_{j=1}^3 (k_{s1j} \delta_{s1j} \cos \alpha_{s1} + k_{r1j} \delta_{r1j} \cos \alpha_{r1}) R_{c1} \cos \beta + T_{c1} - k_{c1} u_{c1} R_{c1} \quad (7)$$

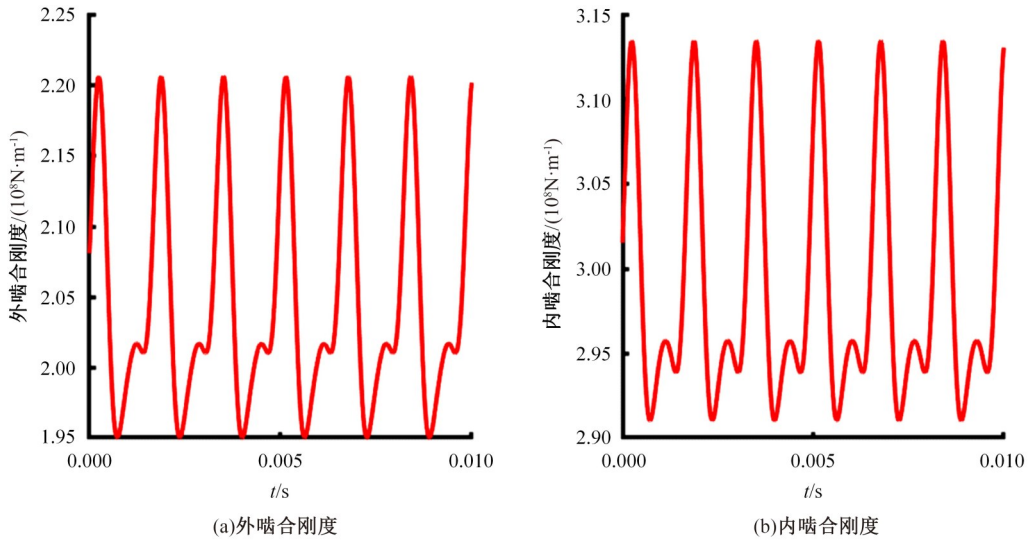


图 3 前行星排行星轮与太阳轮、内齿圈间综合时变啮合刚度

Fig. 3 Integrated internal and external time-varying meshing stiffness of front planetary gear set

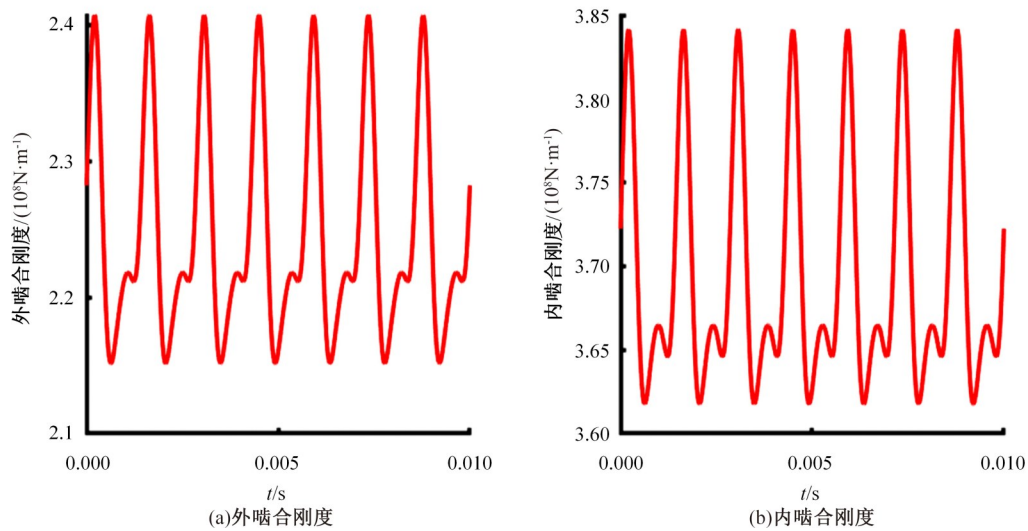


图 4 后行星排行星轮与太阳轮、内齿圈间综合时变啮合刚度

Fig. 4 Integrated internal and external time-varying meshing stiffness of rear planetary gear set

$$J_{r1} \ddot{\theta}_{r1} = - \sum_{j=1}^3 k_{r1j} \delta_{r1j} R_{r1} \cos \beta - T_{in} \quad (8)$$

$$J_{s2} \ddot{\theta}_{s2} = - \sum_{j=1}^3 k_{s2j} \delta_{s2j} R_{s2} \cos \beta + T_{s2} \quad (13)$$

$$J_{s1} \ddot{\theta}_{s1} = - \sum_{j=1}^3 k_{s1j} \delta_{s1j} R_{s1} \cos \beta + T_{s1} \quad (9)$$

$$\begin{cases} J_{p11} \ddot{\theta}_{p11} = (k_{r11} \delta_{r11} - k_{s11} \delta_{s11}) R_{p1} \cos \beta \\ J_{p12} \ddot{\theta}_{p12} = (k_{r12} \delta_{r12} - k_{s12} \delta_{s12}) R_{p1} \cos \beta \\ J_{p13} \ddot{\theta}_{p13} = (k_{r13} \delta_{r13} - k_{s13} \delta_{s13}) R_{p1} \cos \beta \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} J_{p21} \ddot{\theta}_{p21} = (k_{r21} \delta_{r21} - k_{s21} \delta_{s21}) R_{p2} \cos \beta \\ J_{p22} \ddot{\theta}_{p22} = (k_{r22} \delta_{r22} - k_{s22} \delta_{s22}) R_{p2} \cos \beta \\ J_{p23} \ddot{\theta}_{p23} = (k_{r23} \delta_{r23} - k_{s23} \delta_{s23}) R_{p2} \cos \beta \end{cases} \quad (14)$$

后行星排:

$$(J_{c2} + 3m_{p2} R_{p2}^2) \ddot{\theta}_{c2} = \sum_{j=1}^3 (k_{s2j} \delta_{s2j} \cos \alpha_{s2} + k_{r2j} \delta_{r2j} \cos \alpha_{r2}) R_{c2} \cos \beta + T_{in} - T_w \quad (11)$$

$$J_{r2} \ddot{\theta}_{r2} = - \sum_{j=1}^3 k_{r2j} \delta_{r2j} R_{r2} \cos \beta + k_{r2t} u_{r2} R_{r2} \quad (12)$$

式中:  $J_{i1}$ 、 $J_{i2}$  分别为前、后行星排各构件的转动惯量;  $m_{p1}$ 、 $m_{p2}$  分别为前、后行星排行星轮的质量;  $R_{r1}$ 、 $R_{r2}$  分别为前、后行星排各构件的基圆半径;  $\theta_{i1}$ 、 $\theta_{i2}$  分别为前、后行星排各构件的角位移;  $\beta$  为螺旋角;  $T_{c1}$  为发动机传递到前行星排行星架的转矩;  $T_{s1}$  为电机 MG1 传递到前行星排太阳轮的转矩;  $T_{s2}$  为后行星排中电机 MG2 传递到太阳轮的转矩;  $T_w$  为双行星排传动系统的负载转矩;  $T_{in}$  为

前后行星排间的耦合内力; $u_{c1}$ 为前行星排行星架折算到沿圆周上的线位移; $u_{r2}$ 为后行星排内齿圈折算到沿圆周上的线位移。

将上述双行星排传动系统中各部件的动力学方程进行整理,可得到传动系统整体的动力学方程为:

$$M\ddot{X} + [K_{ij}(t) + K_{c1t} + K_{r2t}]X = F_1 + K_2 \quad (15)$$

式中: $X$ 为广义位移矩阵; $M$ 为质量矩阵; $F_1$ 为外部激励载荷向量; $F_2$ 为内部激励载荷向量; $K_{ij}(t)$ 为综合时变啮合刚度矩阵; $K_{c1t}$ 、 $K_{r2t}$ 为支撑刚度矩阵。

### 3 不同驱动模式下双行星排传动系统振动特性分析

本文研究的功率分流式混合动力商用车参数如表 2 所示。

表 2 混合动力汽车参数

Table 2 Specifications of the hybrid electric vehicle

参数	含义	数值	单位
$m_v$	整车整备质量	18 000	kg
$R$	车轮半径	0.51	m
$\rho_{air}$	空气密度	1.23	$g/m^3$
$C_D$	空气阻力系数	0.3	—
$A_f$	车辆迎风面积	4.746	$m^2$
$i_0$	主减速比	5.3	—
$K_1$	前行星排特征参数	2	—
$K_2$	后行星排特征参数	3	—
$\omega_{max}^E$	发动机最大转速	2 300	r/min
$P_{max}^E$	发动机峰值功率	151	kW
$\omega_{max}^G$	电机 MG <sub>1</sub> 最大转速	6 000	r/min
$P_{max}^G$	电机 MG <sub>1</sub> 峰值功率	100	kW
$\omega_{max}^M$	电机 MG <sub>2</sub> 最大转速	3 500	r/min
$P_{max}^M$	电机 MG <sub>2</sub> 峰值功率	120	kW

车辆行驶过程中,受到的外部阻力矩  $T_w(t)$  可以描述为坡度阻力矩、滚动阻力矩、加速阻力矩和空气阻力矩的组合。如式(16)所示,忽略坡度对车辆纵向动力学的影响,在给定车辆的需求车速  $v(t)$  和相应加速度  $a(t)$  时,考虑需求车速下驱动-负载平衡关系<sup>[18]</sup>,取各自假定坐标系的  $x$  轴为初始位置。

$$T_w(t) = \frac{R_w}{i_0(K_2 + 1)} \cdot \left( m_v g f_r + \frac{C_D A_f}{21.15} v^2(t) + \delta m_v \cdot a(t) \right) \quad (16)$$

式中: $R_w$ 为车辆轮胎半径; $f_r$ 为滚动阻力系数; $\delta$ 为车辆旋转质量换算系数。

功率分流式 HEV 行驶过程中,根据运行工况在不同模式间切换以满足车辆高效驱动要求,行星排构型的静态模型可通过如图 5 所示的杠杆模型描述。

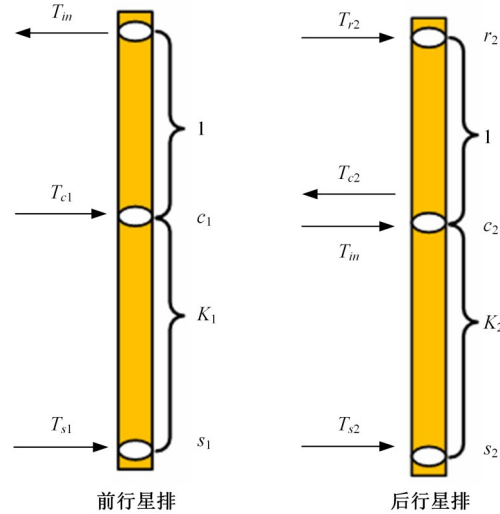


图 5 前、后行星排杠杆模型

Fig. 5 Lever model of the planetary gear set

由杠杆模型可知,前、后行星排均有一个旋转自由度和一个平移自由度,前行星排平移运动和旋转运动的力矩平衡方程为:

$$T_{c1} + T_{s1} + T_{in} = 0 \quad (17a)$$

$$T_{s1}(1 + K_1) + T_{c1} = 0 \quad (17b)$$

同样,后行星排的力矩平衡方程表示为:

$$T_{s2} - T_{c2} + T_{r2} + T_{in} = 0 \quad (18a)$$

$$T_{s2}K_2 - T_{r2} = 0 \quad (18b)$$

同时满足:

$$\begin{cases} T_{s1} = T_G \\ T_{c1} = T_E \\ T_{s2} = T_M \\ T_{c2} = T_w \end{cases} \quad (19)$$

式中: $T_E$ 为发动机输出转矩; $T_M$ 、 $T_G$ 分别为电机 MG<sub>1</sub>、MG<sub>2</sub>的输出转矩。

根据发动机、电机 MG<sub>1</sub> 和 MG<sub>2</sub> 的工作状态,车辆驱动过程工作模式如表 3 所示。

通过模拟不同的试验场景,研究系统在综合时变啮合刚度、啮合误差以及不同动力源转矩等

表 3 车辆驱动模式

Table 3 Vehicle driving mode

工作模式	发动机	MG1	MG2	锁止机构
单电机驱动	关	关	开	锁止
双电机驱动	关	开	开	锁止
混合驱动	开	开	开	分离

内外部激励下的振动响应特性。

### 3.1 电机 MG2 单独驱动

该模式下仅电机 MG2 参与驱动,外部激励包括负载转矩和电机 MG2 驱动力矩。由于整车仅由电机 MG2 通过后行星排单独驱动车辆行驶,电机 MG2 转矩由负载转矩确定。因此,分别选取不同的负载转矩研究后行星排各构件的振动响应特性,以行星架为参考对象,得到其不同负载下的振动角位移曲线如图 6 所示,对后行星排行星架振动角位移峰峰值进行拟合,结果如图 7 所示。不难看出,电机 MG2 单独驱动时后行星排行星架呈周期性振动,且振动角位移峰峰值随负载转矩的增大而增大。

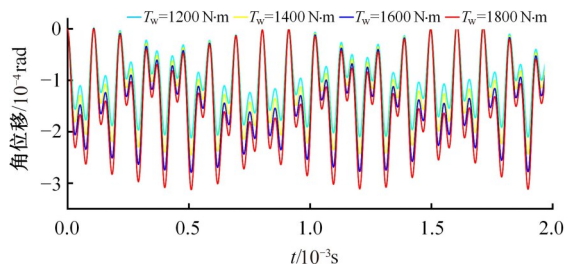


图 6 MG2 驱动模式后行星排行星架振动角位移  
Fig. 6 Angular displacement of the carrier gear of the rear planetary gear set in MG2 driving mode

### 3.2 电机 MG1、MG2 联合驱动

该模式缓冲锁止机构锁止,发动机不提供转矩,电机 MG1 和 MG2 共同驱动车辆行驶,外部激励包括电机 MG1、MG2 转矩以及负载转矩, MG1

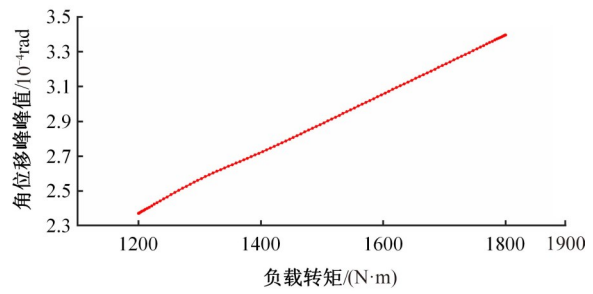


图 7 MG2 驱动模式后行星排行星架振动角位移峰峰值  
Fig. 7 Peak to peak angular displacement of the carrier gear of the rear planetary gear set in MG2 driving mode

和 MG2 满足如下转矩分配关系:

$$T_M = \frac{T_w + K_1 T_G}{1 + K_2} \quad (20)$$

为探究此模式在不同输出转矩下双行星排各构件振动响应特性,选取 case1 电机 MG1 转矩 50 N·m、电机 MG2 转矩 275 N·m 和 case2 电机 MG1 转矩 150 N·m、电机 MG2 转矩 425 N·m 两种工作状态,得到双行星排各构件振动响应曲线如图 8、图 9 所示。前后行星排行星轮的振动行为较复杂,后行星排行星轮振动周期相对较长,内齿圈固定,振动行为较简单。

对电机 MG1 和 MG2 不同转矩分配下双行星排各构件振动角位移峰峰值进行拟合,结果如图 10、图 11 所示。可以看出,虽然后行星排电机 MG2 转矩大于前行星排电机 MG1 转矩,但是前行星排各构件的振动响应量略大于后行星排。随

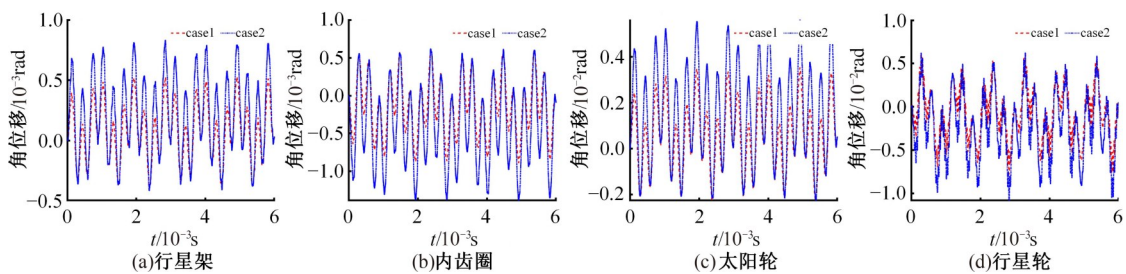


图 8 双电机联合驱动模式前行星排各构件振动角位移  
Fig. 8 Vibration angular displacement of different components of front planetary gear set in the dual-motor driving mode

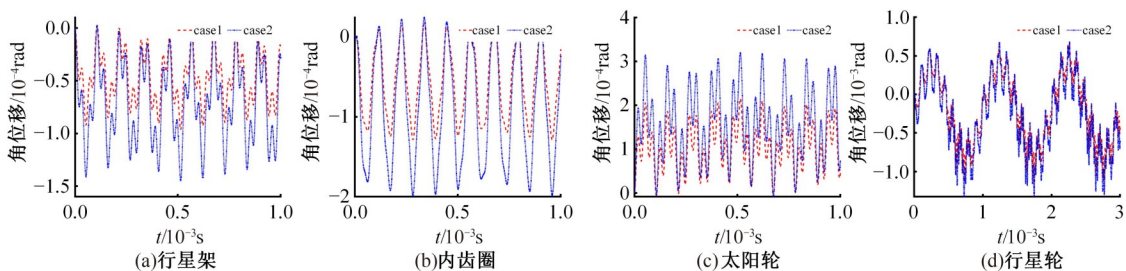


图 9 双电机联合驱动模式后行星排各构件振动角位移  
Fig. 9 Vibration angular displacement of different components of rear planetary gear set in the dual-motor driving mode

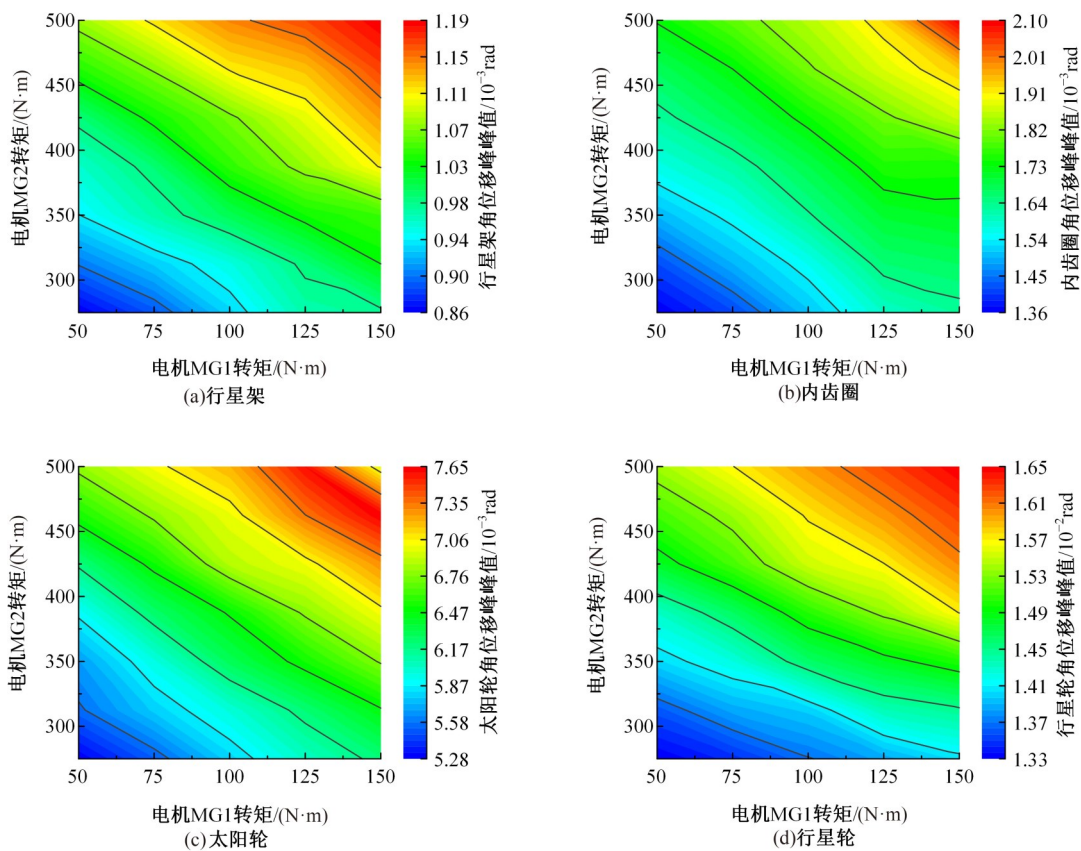


图10 双电机联合驱动模式前行星排各构件振动角位移峰峰值

Fig. 10 Peak to peak angular displacement of different components of front planetary gear set in dual-motor driving mode

着电机MG1转矩增大,前行星排振动角位移增大,后行星排振动角位移减小,且前行星排的振动响应量的增幅小于后行星排振动响应量的减幅。随着电机MG2转矩增大,双行星排中各构件振动角位移均增大,且前后行星排的振动响应量增幅大致相同。任意负载转矩下,前后行星排中均是行星轮的振动角位移峰峰值最大,行星架的振动角位移峰峰值最小。

总体而言,系统在变负载驱动时,前行星排各构件振动响应量大于后行星排,但后行星排各构件振动相较于前行星排更加敏感,这是由于后行星排直接承担较大的负载转矩,且前行星排发动机锁止,有效地抑制了前行星排的振动响应。因此,系统工作在双电机联合驱动模式时,不仅要注意前行星排较大的振动响应,而且要抑制后行星排较大的振动响应波动范围。加速或者爬坡时,在不考虑经济性的情况下,电机MG2应尽可能承担更高的转矩输出,以降低前行星排的较大振动冲击,同时电机MG2应尽可能保持在稳定工作区间,以利于整个双行星排传动系统的减振。

### 3.3 混合动力模式

该模式下缓冲锁止机构分离,发动机和MG1、MG2联合驱动车辆,外部激励包括负载转矩激励以及3种不同动力源的转矩激励。发动机、电机MG1和MG2满足如下的稳态转矩分配关系:

$$\begin{cases} T_G = -\frac{1}{1+K_1} T_E \\ T_M = \frac{T_w}{1+K_2} - \frac{K_1 T_E}{(1+K_1)(1+K_2)} \end{cases} \quad (21)$$

此时电机MG1转矩与发动机转矩正相关。为探求该模式下不同输出转矩分配时双行星排各构件的振动响应特性,选取固定负载转矩2000 N·m, case1 发动机转矩600 N·m和 case2 发动机转矩800 N·m两种典型工作状态,得到双行星排振动响应曲线如图12、图13所示。前行星排不受支撑阻力矩的影响,振动行为较简单,后行星排除内齿圈外,振动行为均较复杂,行星轮的振动周期较长。

对发动机和电机MG1、MG2不同转矩分配下双行星排各构件振动角位移峰峰值进行拟合,

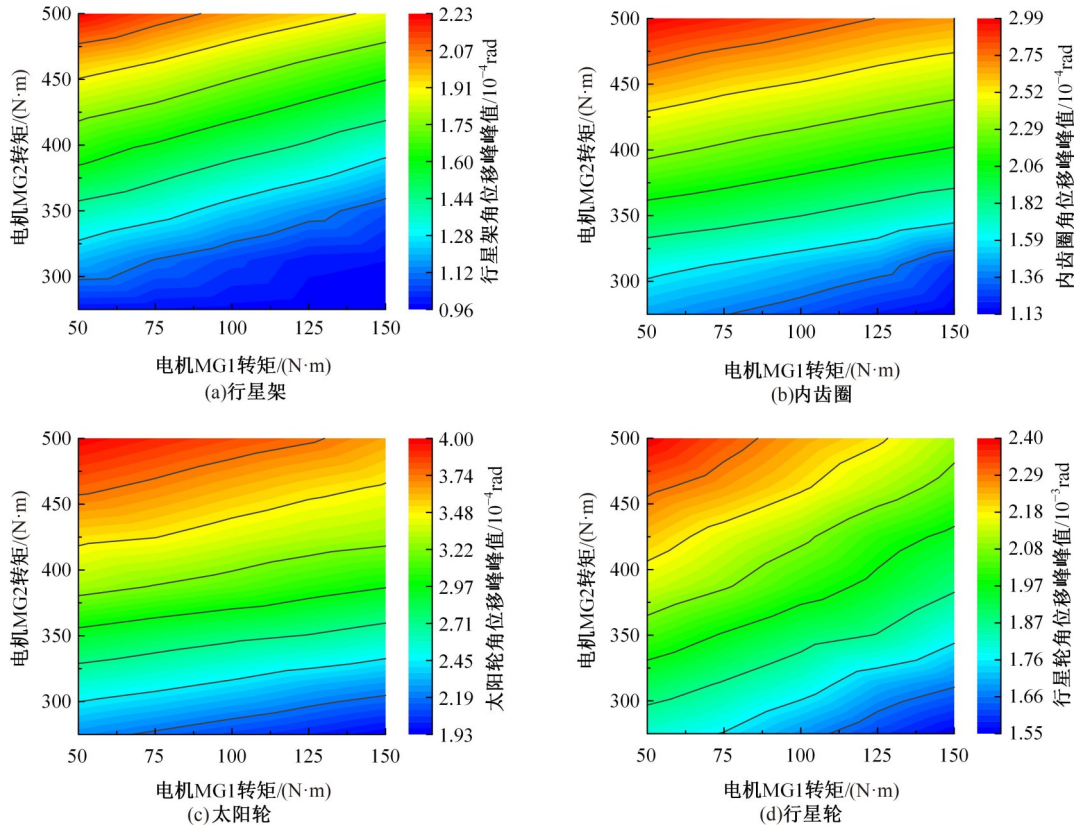


图 11 双电机联合驱动模式后行星排各构件振动角位移峰峰值

Fig. 11 Peak to peak angular displacement of different components of rear planetary gear set in dual-motor driving mode

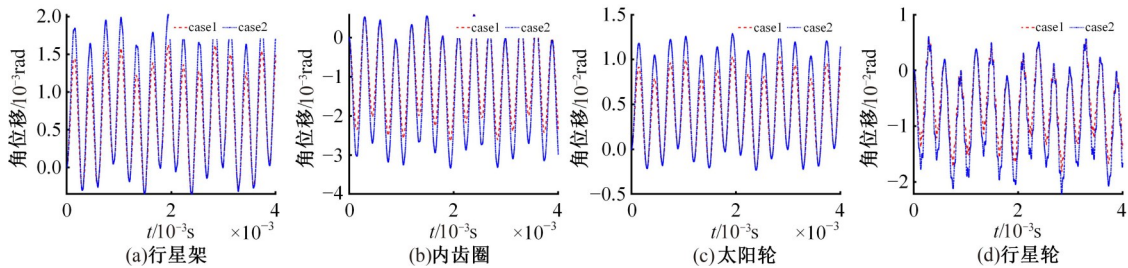


图 12 混合驱动模式前行星排各构件振动角位移

Fig. 12 Vibration angular displacement of different components of front planetary gear set in the hybrid driving mode

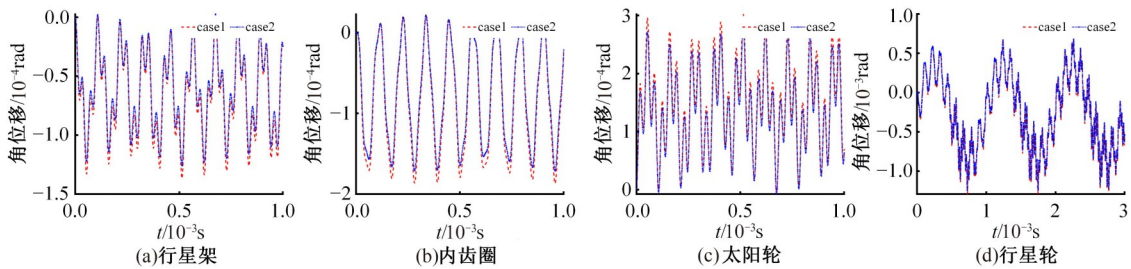


图 13 混合驱动模式后行星排各构件振动角位移

Fig. 13 Vibration angular displacement of different components of rear planetary gear set in hybrid driving mode

结果如图 14、图 15 所示。由于后行星排齿圈固定,前行星排各构件的振动角位移峰峰值整体大于后行星排。随着发动机转矩的增加,前行星排各构件的振动响应量增大,后行星排各构件的振

动响应量降低;电机 MG2 匹配越来越小的输出转矩,双行星排各构件的振动响应量均降低。前后行星排中,均是行星轮的振动响应量最大,其中,前行星排太阳轮振动响应量增减幅度最大。当需

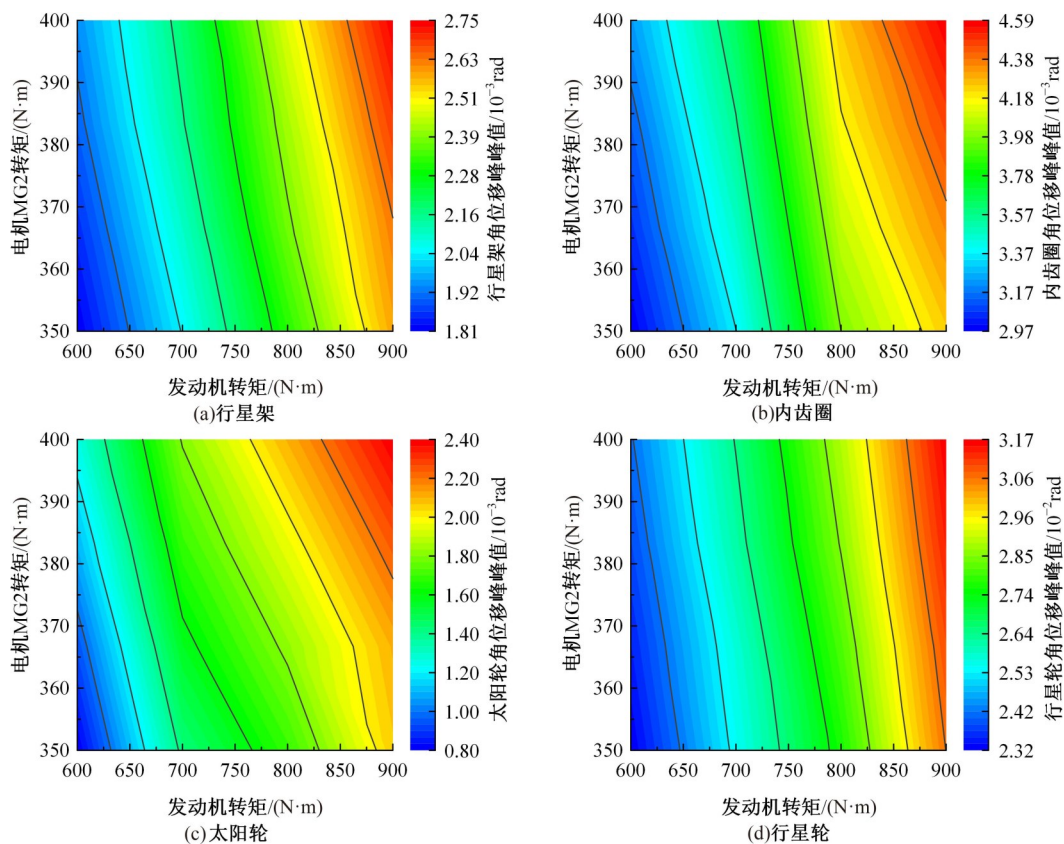


图 14 混合驱动模式前行星排各构件振动角位移峰峰值

Fig. 14 Peak to peak angular displacement of different components of front planetary gear set in the hybrid driving mode

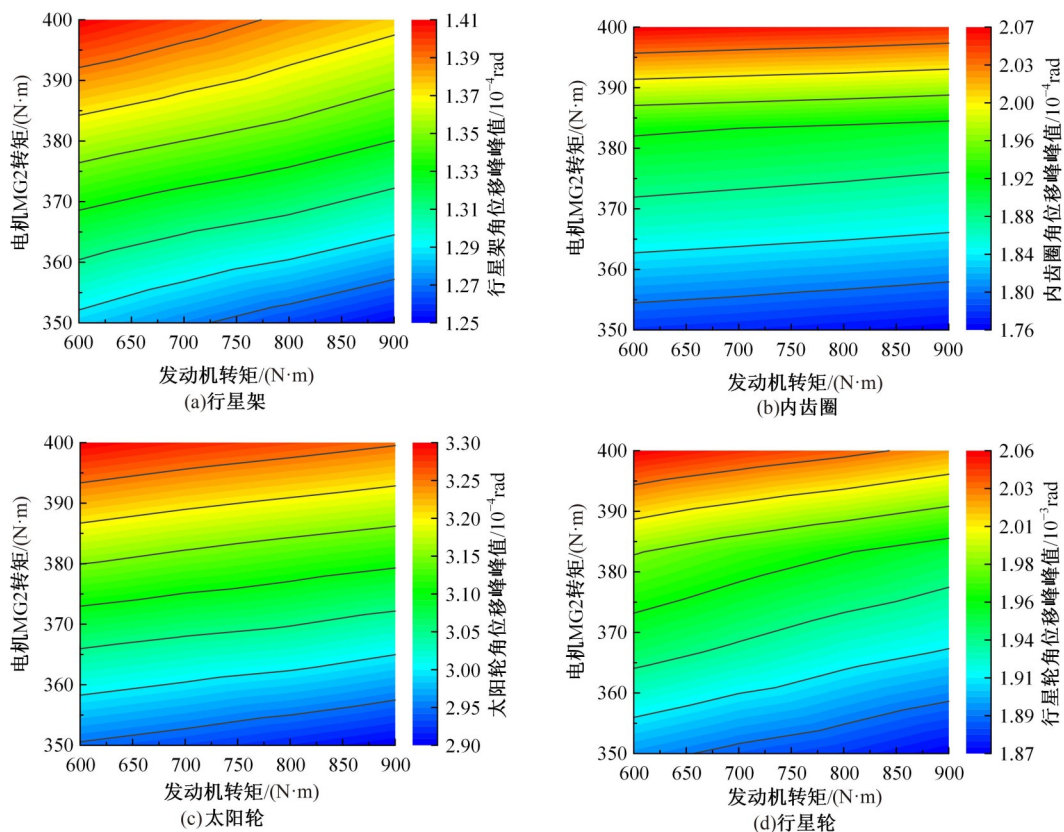


图 15 混合驱动模式后行星排各构件振动角位移峰峰值

Fig. 15 Peak to peak angular displacement of different components of rear planetary gear set in the hybrid driving mode

求转矩一定时,发动机转矩的增加虽然能降低电机MG2的输出转矩,使后行星排各构件的振动响应量降低,但是给前行星排带来了更大的振动冲击,且前行星排各构件振动响应量的增幅大于后行星排振动响应量的减幅。

总体而言,前行星排太阳轮受电机MG1转矩影响较大,其振动行为较为敏感。在混合驱动模式下,发动机和电机MG1承担较高的输出转矩可以降低后行星排的振动响应,但鉴于电机MG1对系统产生的较大振动冲击,以及该模式下前行星排整体的振动角位移依旧明显大于后行星排,更高的电机MG2转矩输出有利于整个双行星排传动系统的减振。

## 4 结 论

(1)单电机MG2单独驱动时,后行星排各构件的振动角位移峰峰值随着负载转矩的增大而增大。

(2)电机MG1、MG2联合驱动时,前行星排各构件的振动角位移峰峰值普遍大于后行星排,但后行星排各构件的振动角位移峰峰值增减速度大于前行星排。系统工作在加速或爬坡等工况时可以适当增大电机MG2转矩,减小电机MG1转矩,同时尽量保持电机MG2工作在较为恒定的输出转矩区间,以降低前行星排行星轮带来的较大的振动冲击和后行星排较大的振动响应波动范围。

(3)混合驱动时,发动机转矩的增加导致系统振动响应更加剧烈,前行星排受电机MG1转矩影响较大,其振动角位移峰峰值增速明显大于后行星排振动角位移峰峰值降速,后行星排振动角位移峰峰值随着发动机转矩的增大而减小。当发动机工作在某个经济性转矩时,系统负载增加后,电机MG2应承担更大的输出转矩,同时电机MG1工作在较为恒定的输出转矩区间,以降低后行星排较大的振动冲击和前行星排太阳轮带来的较大的振动响应波动范围。

### 参考文献:

- [1] Shi T Z, Zhao F Q, Hao H, et al. Development trends of transmissions for hybrid electric vehicles using an optimized energy management strategy[J]. Automotive Innovation, 2018, 1(4): 291-299.
- [2] 宋大风,高福旺,曾小华,等.基于虚拟样机模型行星混动系统受迫振动响应分析[J].吉林大学学报:工学版,2020,50(6):1974-1982.
- [3] Song Da-feng, Gao Fu-wang, Zeng Xiao-hua, et al. Analysis of forced vibration response of planetary hybrid system based on virtual prototype model[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2020, 50(6): 1974-1982.
- [4] Kahraman A. Planetary gear train dynamics[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1994, 116(3): 714-720.
- [5] Ahmet K. Free torsional vibration characteristics of compound planetary gear sets[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(6): 953-971.
- [6] Wu X H, Robert G P. Modal properties of planetary gears with an elastic continuum ring gear[J]. Journal of Applied Mechanics, 2008, 75(3):No. 031014.
- [7] 孙涛,沈允文.行星齿轮传动非线性动力学模型与方程[J].机械工程学报,2002,38(3):6-9.
- [8] Sun Tao, Shen Yun-wen. Nonlinear dynamic model and equation of planetary gear transmission[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(3): 6-9.
- [9] Sheng D P, Zhu R P, Jin G H, et al. Dynamic load sharing characteristics and sun gear radial orbits of double-row planetary gear train[J]. Journal of Central South University, 2015, 22(10): 3806-3816.
- [10] Mo S, Zhang Y D, Wu Q, et al. Load sharing behavior analysis method of wind turbine gearbox in consideration of multiple-errors[J]. Renewable Energy, 2016, 97(11): 481-491.
- [11] 林何,王三民,董金城.斜齿行星齿轮传动系统振动模式与动载特性[J].航空动力学报,2015,30(9):2298-2304.
- [12] Lin He, Wang San-min, Dong Jin-cheng. Vibration mode and dynamic load characteristics of helical planetary gear transmission system[J]. Journal of Aerodynamics, 2015, 30(9): 2298-2304.
- [13] 李思千,巫世晶,王晓笋.两级行星齿轮传动系统动态均载特性分析[J].机械传动,2016,40(10):11-16.
- [14] Li Si-qian, Wu Shi-jing, Wang Xiao-sun. Analysis of dynamic load sharing characteristics of two-stage planetary gear transmission system[J]. Mechanical transmission, 2016, 40(10): 11-16.
- [15] 胡鹏,路金昌,张义民.含时变刚度及侧隙的多级齿轮系统非线性动力学特性分析[J].振动与冲击,2014,33(15):150-156.
- [16] Hu Peng, Lu Jin-chang, Zhang Yi-min. Nonlinear dynamic characteristics analysis of multistage gear system with time-varying stiffness and backlash[J]. Vibration and Shock, 2014, 33(15): 150-156.

- [12] 孙智民, 季林红, 沈允文. 2K-H行星齿轮传动非线性动力学[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2003(5): 636-639.  
Sun Zhi-min, Ji Lin-hong, Shen Yun-wen. Nonlinear dynamics of 2K-H planetary gear transmission [J]. Journal of Tsinghua University (Natural Science Edition), 2003(5): 636-639.
- [13] 唐友福, 王磊, 邹龙庆. 变转速风电行星齿轮传动系统动力学特性[J]. 江苏大学学报:自然科学版, 2018, 39(5): 550-555.  
Tang You-fu, Wang Lei, Zou Long-qing. Dynamic characteristics of variable speed wind power planetary gear transmission system[J]. Journal of Jiangsu University(Natural Science Edition), 2018, 39 (5): 550-555.
- [14] 向玲, 刘随贤, 张军华. 风电齿轮箱两级行星齿轮传动系统的非线性动力学特性[J]. 振动与冲击, 2020, 39(15): 193-199, 229.  
Xiang Ling, Liu Sui-xian, Zhang Jun-hua. Nonlinear dynamic characteristics of two-stage planetary gear transmission system of wind power gearbox[J]. Vibration and Shock, 2020, 39(15): 193-199, 229.
- [15] 刘辉, 蔡仲昌, 项昌乐. 发动机激励下行星传动非线性合力的动态特性研究[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(1): 83-89.  
Liu Hui, Cai Zhong-chang, Xiang Chang-le. Research on dynamic characteristics of nonlinear resultant force of planetary transmission under engine excitation[J]. Vibration, Testing and Diagnosis, 2014, 34(1): 83-89.
- [16] 蔡仲昌, 刘辉, 项昌乐, 等. 车辆多级行星传动系统强迫扭转振动与动载特性[J]. 吉林大学学报:工学版, 2012, 42(1): 19-26.  
Cai Zhong-chang, Liu Hui, Xiang Chang-le, et al. Forced torsional vibration and dynamic load characteristics of vehicle multi-stage planetary transmission system[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2012, 42(1): 19-26.
- [17] 曹火. 含内斜齿圈的行星齿轮系动力学建模与分析[D]. 合肥:合肥工业大学机械工程学院, 2013.  
Cao Huo. Dynamic modeling and analysis of planetary gear train with internal helical gear ring[D]. Hefei: School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, 2013.
- [18] Wang F, Zhang J, Xu X, et al. New method for power allocation of multi-power sources considering speed-up transient vibration of planetary power-split HEVs driveline system[J]. Mech Syst Signal Process, 2019, 128:1-18.