

装配式小箱梁桥内力横向分布系数建议公式

张彦玲^{1,2}, 贾云飞^{1,2}, 贾晓远^{1,2}, 郑旺^{1,2}, 李运生^{1,2}

(1. 石家庄铁道大学 土木工程学院, 石家庄 050043; 2. 石家庄铁道大学 道路与铁道工程安全保障省部共建教育部重点实验室, 石家庄 050043)

摘要:为了采用横向分布系数的概念简化多主梁装配式连续梁桥、斜交桥和曲线桥的受力分析过程,基于某多主梁装配式连续小箱梁桥构建了桥梁数据库,采用梁格法建立了每座桥梁的有限元模型,研究了主梁间距、高跨比、斜交角和圆心角对内力横向分布系数的影响规律,并通过统计回归方法给出了内力横向分布系数建议公式。研究表明:弯矩和剪力横向分布系数均随主梁间距的增大而增大;随主梁高跨比 λ 的增大,跨中正弯矩增大,但跨中剪力、支点负弯矩和支点剪力均减小;斜交桥和曲线桥内力横向分布系数可在直线正交桥公式基础上乘以修正因子得到。在本文的计算模型范围内,采用建议公式得到的多主梁装配式连续梁桥、斜交桥和曲线桥的内力横向分布系数均与有限元结果吻合良好,且可通过沿纵向的简化包络图得到任意截面的内力横向分布系数。

关键词:桥梁工程;装配式桥梁;横向分布系数;连续小箱梁桥;斜交桥;曲线桥

中图分类号:U448.25 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2024)06-1688-13

DOI:10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20221079

Proposed formulae for transverse distribution factor of internal forces of prefabricated small box-girder bridge

ZHANG Yan-ling^{1,2}, JIA Yun-fei^{1,2}, JIA Xiao-yuan^{1,2}, ZHENG Wang^{1,2}, LI Yun-sheng^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China; 2. Key Laboratory of Roads and Railway Engineering Safety Control of Ministry of Education, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: In order to simplify the stress analysis process by using the concept of transverse distribution factor (TDF) for the multi-girder fabricated continuous girder bridges, skew bridges and curved bridges, the bridge database based on a multi girder fabricated continuous small box girder bridge was established, and the finite element model of each bridge was built by using the grillage method. The influence of the girder spacing, height span ratio, skew angle and center angle on the transverse distribution coefficient of internal force was investigated, and the formulae of the transverse distribution factor of internal forces were proposed by statistical regression method. The results show that the transverse distribution factors of

收稿日期:2022-08-24.

基金项目:国家自然科学基金项目(51778377);河北省大型结构健康诊断与控制重点实验室开放基金项目(KLLSHMC2112).

作者简介:张彦玲(1973-),女,教授,博士.研究方向:桥梁结构分析,组合结构桥梁.E-mail:06mzhang@163.com

通信作者:李运生(1970-),男,教授,博士.研究方向:桥梁结构分析.E-mail:liysh70@163.com

bending moment and shear force increase with the development of the girder spacing; With the increase of the height span ratio of the main beam λ , the transverse distribution factors for mid-span positive bending moment increases, but decrease for that of the mid-span shear force and the negative bending moment and shear force at the support; The transverse distribution factor of internal force in skew bridges and curved bridges can be obtained by multiplying the modification factor with the formula of straight orthogonal bridges. Within the scope of the calculation model in this paper, the transverse distribution factors of internal forces of multi-girder fabricated continuous girder bridges, skew bridges and curved bridges obtained by the proposed formulae are in good agreement with the finite element results, and the transverse distribution factors of internal forces of any section can be obtained by the simplified envelope diagram along the longitudinal direction.

Key words: bridge construction; prefabricated bridge; transverse distribution factor; continuous small box-girder bridge; skewed bridge; curved bridge

0 引言

在中小跨径的简支梁桥和连续梁桥中,由多根预制主梁组成的“多主梁桥”成为主要的结构形式。对于多主梁的连续梁桥,尤其当其平面布置为斜交或曲线形式时,需建立复杂的空间模型对其进行受力分析,因此,荷载横向分布法仍是目前较为实用的计算方法。目前应用比较广泛的荷载横向分布计算方法严格来讲都只适用于等截面简支体系,在连续梁中具有相当程度的近似性,而在斜交桥和曲线桥中,其荷载横向分布系数的计算更复杂,因此,建立更简单实用、适用性更广泛的横向分布系数计算方法具有实际意义。

荷载横向分布系数的概念是首先由美国国家公路和运输协会 AASHTO 于 20 世纪 30 年代提出的。在 AASHTO 公路桥梁规范中,给出了以主梁间距 S 和桥梁类型常数 D 为参数的荷载横向分布系数经验公式,经多个版本的改进,这些公式一直沿用至现行的 2014 版美国 AASHTO LRFD 规范^[1]。

随着各种大跨桥梁、连续体系桥梁、斜交桥梁和曲线桥梁的出现,有众多学者对不同结构形式的荷载横向分布系数计算方法进行了研究。Bernardi 等^[2]对预制空心板楼面的荷载分布系数进行了研究;Zhao 等^[3]、战家旺等^[4]、王渠等^[5]和 Tevfik 等^[6]分别对空心板梁桥、拼宽空心板桥和分离式板梁桥的横向分布系数进行了试验及理论研究;邬晓光等^[7]利用平面杆系有限元法研究了宽幅装配式箱梁桥的荷载横向分布系数;何伟南等^[8]提出了适用于多室宽箱梁桥荷载横向分布系

数的刚接梁法;闫林君等^[9]、Kong 等^[10]分别研究了装配式多主梁钢-混组合梁桥的荷载横向分布规律。

在连续梁桥、斜交桥和曲线桥方面的相关研究较少, Ma 等^[11]针对一座三跨等截面单箱三室波形钢腹板连续组合箱梁桥、聂鑫等^[12]针对一座三跨变截面分离式双箱连续组合梁桥,分别将连续梁简化为刚度等效的等跨简支梁,采用修正的偏心压力法对横向分布系数进行了计算;余泉^[13]对多箱式连续小箱梁桥的受力特性进行了分析,并完成了试验研究。Huang 等^[14]对大斜交角的斜交桥的活载分布系数进行试验研究及理论分析;Fatemi 等^[15]对钢-混凝土曲线组合梁桥的荷载横向分布进行了分析;魏志刚等^[16]则通过修正钢接梁法对简支梁桥面铺装的横向分布系数进行了研究。

通过以上文献总结发现,针对目前应用较多的多主梁装配式连续小箱梁桥的横向分布系数,虽已有部分成果,但尚缺乏简单实用、可操作性强且具有足够精度的荷载横向分布系数计算公式。鉴于此,本文针对包括斜交桥和曲线桥在内的多主梁装配式连续小箱梁桥构建了模型数据库,采用梁格法建立了桥梁的有限元模型,以典型截面内力为研究对象,对影响其横向分布系数的参数进行敏感性分析,然后采用统计回归方法,给出了装配式连续小箱梁桥内力横向分布系数的建议公式。

1 梁格法有限元模型

本文在文献[13]中装配式小箱梁桥尺寸基础

上,拟定该桥为 4×22 m连续梁,主梁宽2.22 m,共计5片主梁,两端设有端横梁,跨中设置一道中横梁,端横梁和中横梁的截面尺寸均为矩形截面,端横梁高1.2 m,宽0.3 m;中横梁高1.2 m,宽0.18 m。主梁及横梁采用C50混凝土,桥面构造图如图1所示。

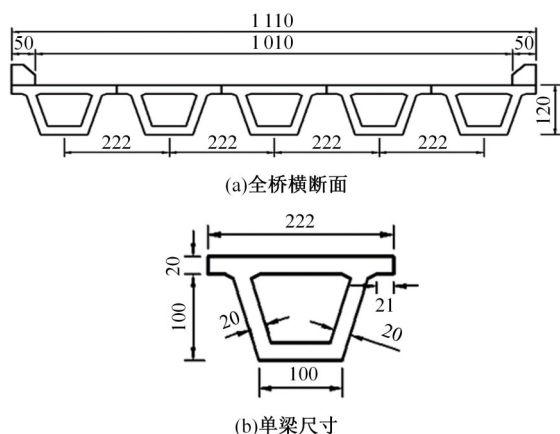


图1 桥梁横断面图/cm

Fig. 1 Cross section of bridge /cm

采用Midas Civil建立梁单元空间梁格模型。梁格法采用平面梁格或空间框架来模拟桥梁的上部结构,使主梁不同区段内的抗弯刚度和抗扭刚度集中在相邻的等效梁格内,即用纵向梁格构件来表示纵向刚度,横向梁格构件来表示横向刚度。基于刚度等效原则,本文在建模时梁格中的纵梁与各主梁顺桥向顶板中心处的轴线位置保持一致;除在各跨端横隔板和中横隔板位置设置实际横梁外,还在相邻两横隔板之间设置三道虚拟横梁,其中端横隔板和中横隔板所采用的梁单元均按实际尺寸建立截面,刚度与实际构件相同;虚拟横梁采用容重为0的C50混凝土,厚度为混凝土翼缘板平均厚度,宽度(即虚拟横梁中心间距)取跨长的 $1/10^{[17]}$,因此,其截面为厚20 cm,宽2.2 m的矩形,则虚拟横梁的刚度EI在梁格法模型中即为C50混凝土的弹性模量和该矩形截面抗弯惯性矩的乘积。

每片梁沿跨度方向设5个支座,其中3号梁在第2跨与第3跨中间支点处设固定铰支座,其余位置设纵向活动铰支座;1、2、4、5号梁在第2跨与第3跨中间支点处设横向活动铰支座,其余位置均设双向活动铰支座。

共定义4种荷载工况。截面a为第2跨跨中截面,共有1a、3a两种工况;截面b为距离1、2跨中间支点最近的截面,共有1b、3b两种工况。每种工况均施加大小100 kN、方向向下的集中力,

例如3a表示集中力作用在3号梁跨中位置处。1a、3a两种工况对跨中截面内力最不利;1b、3b两种工况对支点截面内力最不利。支座布置及工况图如图2所示。

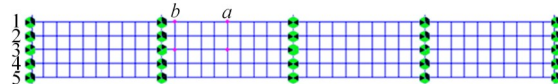


图2 支座布置及工况图

Fig. 2 Bearing arrangement and working conditions

根据以上梁格法模型的建立方法,对文献[10]中的一座8梁式装配式简支小箱梁桥(郑州宇翔路高架桥)建立了有限元模型,得到了各梁在不同工况下的挠度,将计算结果与文献中的数据进行对比,结果如图3所示,图中4种工况中车辆均靠近1号梁布置,计算模型的尺寸细节及工况设置可参见文献[10]。

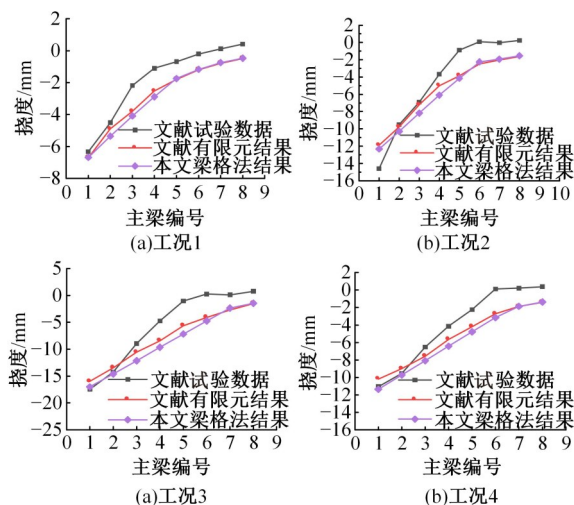


图3 梁格法模型结果与文献[10]结果的对比

Fig. 3 Comparison between the results of grillage model and the results of literature [10]

通过以上4种工况下挠度结果的对比可以看出:梁格法计算结果与文献中采用ANSYS软件的计算结果接近,除个别点外,误差控制在2%以内,说明使用Midas Civil梁格法计算小箱梁桥较为准确,在较小误差内能够满足误差要求。但同时也可以看出,梁格法和ANSYS软件的计算结果均与试验结果有一定的误差(实测挠度较小),其原因可能在于:①在实际桥梁中,作为附属结构的桥面铺装和防撞护栏,虽不能完全当作承重结构的一部分,但也会对桥梁的整体刚度有一定的贡献,从而产生附加刚度,但其大小在数值方法中较难准确计入,因此,一般只将桥面铺装和防撞

护栏当作自重荷载来考虑,使实测挠度较有限元结果小;② 1、2号梁的实测挠度与有限元值接近,其他梁偏小,可能是由于1、2号梁或2、3号梁之间的横向连接存在损伤,使靠近1、2号梁布置的荷载不能完全传递其他主梁,但有限元中未考虑这种实际可能的损伤,从而使其他主梁挠度较有限元值小。

根据荷载横向分布的概念,沿桥跨纵向任意截面的荷载效应横向分布影响线竖坐标为:

$$\eta_{i,j} = \frac{S_{i,j}}{\sum_{i=1}^n S_{i,j}} \quad (1)$$

式中: $\eta_{i,j}$ 为第*i*号主梁的荷载横向分布影响线在第*j*号主梁轴线下的竖标值; $S_{i,j}$ 为单位力作用于*j*号主梁时*i*号主梁的某截面荷载效应(可以为弯矩、剪力、扭矩、挠度等),分母则为各片梁某截面荷载效应的总和, n 为主梁数。

图1算例的弯矩和剪力荷载横向分布影响线如图4所示。

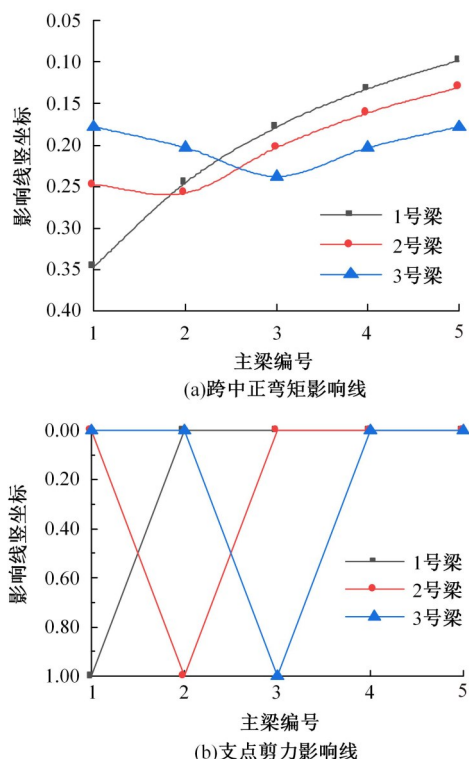


图4 内力横向分布影响线

Fig. 4 Influence line of TDF for internal forces

依据所求的各片梁沿纵向任意截面弯矩或剪力的横向分布影响线,在其上寻找最不利横向位置并布置汽车荷载,即可得到某截面的弯矩或剪力横向分布系数。

2 直线正交连续梁桥内力横向分布系数建议公式

2.1 拟合方法

经分析,影响直线正交装配式小箱梁桥内力横向分布系数的敏感参数主要包括跨度*L*、主梁间距*D*和主梁高度*H*,并将跨度与主梁高度统一用主梁高跨比 $\lambda=H/L$ 来表示。采用回归公式拟合直线正交装配式小箱梁桥内力横向分布系数*m*的步骤为:

(1)建立桥梁模型数据库样本,研究每个敏感参数相对于内力横向分布系数*m*的影响,当仅改变该参数而保持其他参数不变时,绘制内力横向分布系数*m*与敏感参数的关系图。

(2)假设每个参数对内力横向分布系数*m*的影响是独立的,均可以通过曲线拟合来确定最佳数学模型,进而采用非线性最小二乘法确定回归方程。设主梁间距*D*和高跨比 λ 对*m*的最佳拟合形式分别为 $f_D(D)$ 和 $f_\lambda(\lambda)$,则直线正交桥的内力横向分布系数*m*与各参数之间的关系可表示为:

$$m = k \cdot f_D(D) f_\lambda(\lambda) \quad (2)$$

式中: k 为回归方程的系数。

(3)针对数据库样本中的每座桥梁,采用梁格法计算出关键截面的内力横向分布系数 m_i ,并代入式(2),得到第*i*座桥梁的 k_i 值。

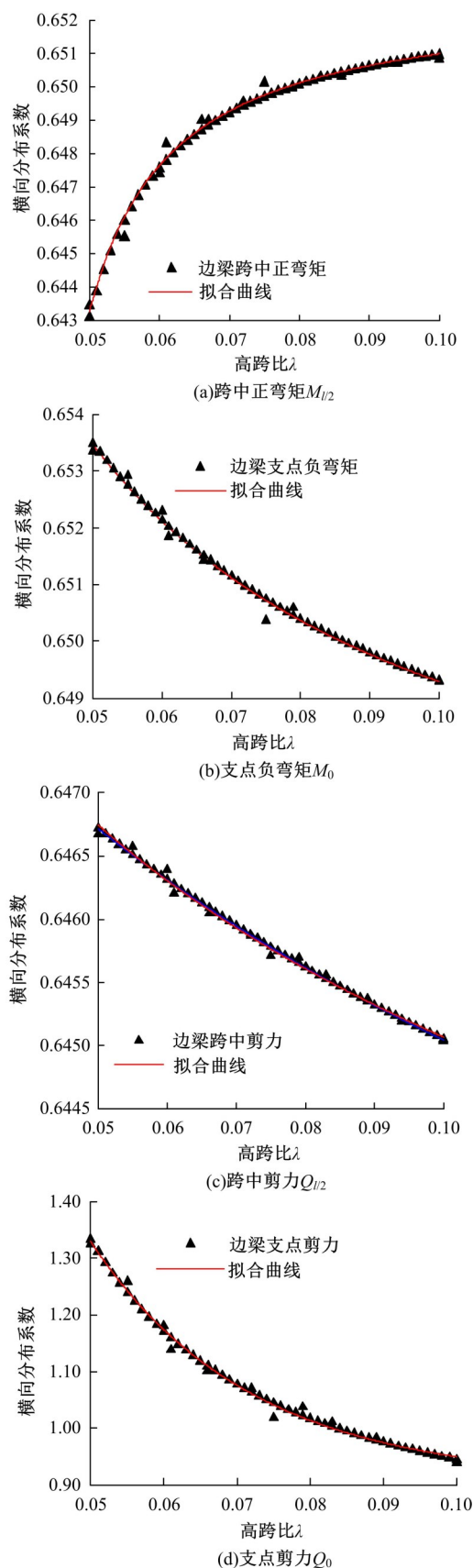
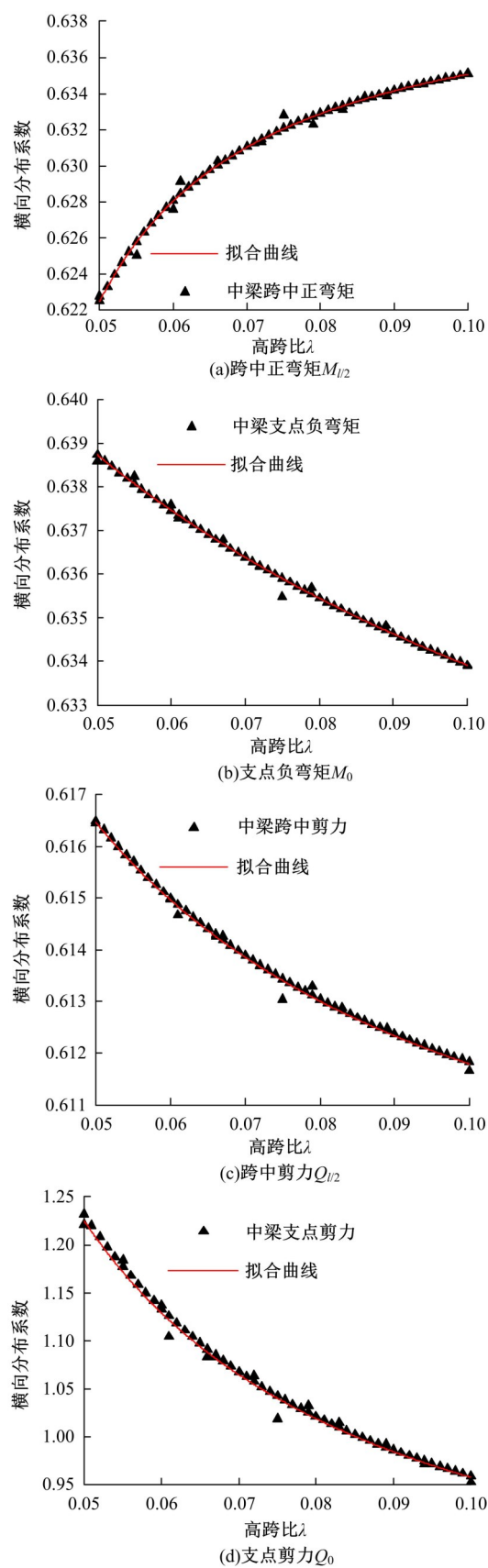
(4)针对某种内力的所有 k_i 值进行统计分析,根据其概率分布的特征值确定该内力下式(2)中的总体“最佳拟合” k 值,从而确定该内力的横向分布系数拟合公式。

2.2 参数曲线拟合

在图1所示模型基础上,改变相应参数,分析各参数对不同截面内力横向分布系数的影响。选择第2跨跨中正弯矩 $M_{l/2}$ 和跨中剪力 $Q_{l/2}$ 、第1、2跨之间支点负弯矩 M_0 和支点剪力 Q_0 的横向分布系数为研究对象。

2.2.1 主梁高跨比 λ

在图1所示模型的基础上,保持其他参数不变,令主梁高跨比 λ 在0.05~0.1变化,共计构建68座桥梁,分别采用梁格法建立有限元模型,按照式(1)计算典型截面的内力影响线,并根据桥面宽度进行车道最不利加载,得到边梁和中梁各内力横向分布系数随主梁高跨比 λ 的变化情况,如图5和图6所示。

图5 边梁内力横向分布系数随 λ 变化的曲线拟合图Fig. 5 Fitting curve of TDF for internal forces in edge beam with λ 图6 中梁内力横向分布系数随 λ 变化的曲线拟合图Fig. 6 Fitting curve of TDF for internal forces in middle beam with λ

由图 5 和图 6 可知,边梁和中梁的跨中正弯矩 $M_{l/2}$ 分布系数随主梁高跨比 λ 的增大而增大,而跨中剪力 $Q_{l/2}$ 、支点负弯矩 M_0 和支点剪力 Q_0 分布系数均随高跨比 λ 的增大而减小,且呈现出非线性单调变化关系。采用指数函数 $a_{\lambda}e^{b_{\lambda}(\lambda+c_{\lambda})}$ 进行曲线拟合,结果如表 1 所示。

表 1 内力横向分布系数随主梁高跨比 λ 变化的拟合公式

Table 1 Fitting formulae of TDF for internal forces with λ				
内力类型	位置	工况 (i)	拟合公式形式	相关系数 R^2
$M_{l/2}$	边梁	1	$m_{\lambda}=0.652\ 8e^{-0.000\ 2/(\lambda-0.038\ 3)}$	0.985\ 0
	中梁	2	$m_{\lambda}=0.640\ 9e^{-0.000\ 7/(\lambda-0.027\ 3)}$	0.986\ 9
M_0	边梁	3	$m_{\lambda}=0.644\ 8e^{0.000\ 7/(\lambda+0.004\ 5)}$	0.988\ 7
	中梁	4	$m_{\lambda}=0.622\ 6e^{0.003\ 0/(\lambda+0.068\ 8)}$	0.989\ 0
Q_0	边梁	5	$m_{\lambda}=0.740\ 5e^{0.020\ 7/(\lambda-0.014\ 7)}$	0.986\ 8
	中梁	6	$m_{\lambda}=0.746\ 0e^{0.025\ 1/(\lambda+0.000\ 1)}$	0.983\ 8
$Q_{l/2}$	边梁	7	$m_{\lambda}=0.639\ 1e^{0.002\ 1/(\lambda+0.129\ 8)}$	0.991\ 2
	中梁	8	$m_{\lambda}=0.606\ 6e^{0.000\ 9/(\lambda+0.006\ 4)}$	0.989\ 7

2.2.2 主梁间距 D

在图 1 所示模型基础上,保持其他参数不变,令主梁间距 D 在 1.875~5 m 变化,共计构建 69 座桥梁,得到边、中梁各内力横向分布系数随主梁间距 D 的变化如图 7 和图 8 所示。

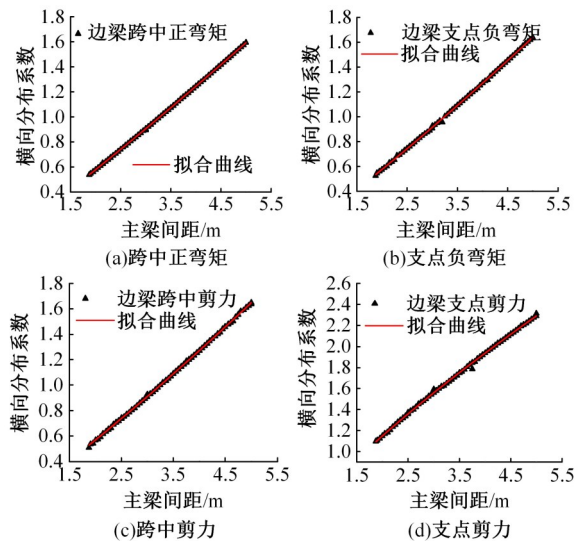


图 7 边梁内力横向分布系数随 D 变化的曲线拟合图
Fig. 7 Fitting curve of TDF for internal forces in edge beam with change of D

由图 7 和图 8 可知,边梁和中梁的跨中正弯矩和剪力、支点负弯矩和剪力横向分布系数均随主梁间距的增大而增大,且呈现明显的线性关系。为了与表 1 公式在形式上接近,采用幂函数 $a_D D^{b_D}$

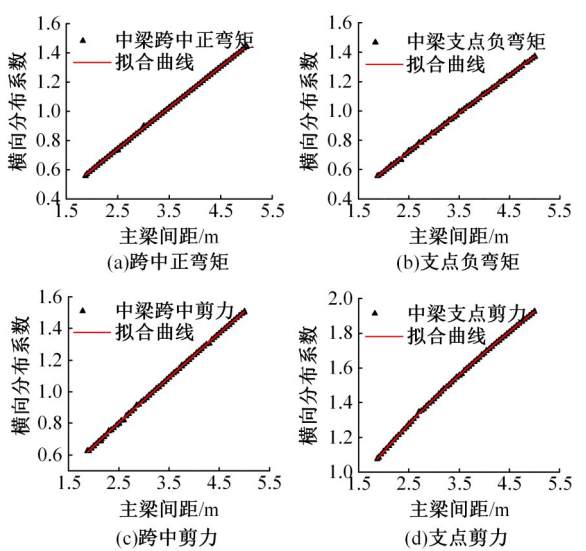


图 8 中梁内力横向分布系数随 D 变化的曲线拟合图
Fig. 8 Fitting curve of TDF for internal forces in middle beam with D

进行曲线拟合,结果如表 2 所示。

由表 1 和表 2 可知,幂系数 b_D 、 b_{λ} 和 c_{λ} 决定内力分布系数随各参数的变化趋势,样本容量的大小对其影响较小,数值相对稳定,表 3 汇总了各拟合公式中的幂系数 b_D 、 b_{λ} 和 c_{λ} 结果。而系数 a_D 和 a_{λ} 则决定内力分布系数的大小,会随样本容量和具体工况发生一定的变化,因此,下一节会采用统计方法对其进行取值。

表 2 内力横向分布系数随主梁间距 D 变化的拟合公式

Table 2 Fitting formulae of TDF for internal forces with D				
内力类型	位置	工况 (i)	拟合公式	相关系数 R^2
$M_{l/2}$	边梁	1	$m_D=0.268\ 7D^{1.106\ 0}$	0.999\ 8
	中梁	2	$m_D=0.308\ 7D^{0.959\ 0}$	0.999\ 3
M_0	边梁	3	$m_D=0.263\ 1D^{1.136\ 5}$	0.999\ 6
	中梁	4	$m_D=0.309\ 5D^{0.924\ 0}$	0.998\ 2
Q_0	边梁	5	$m_D=0.682\ 6D^{0.752\ 8}$	0.994\ 6
	中梁	6	$m_D=0.742\ 1D^{0.592\ 1}$	0.999\ 9
$Q_{l/2}$	边梁	7	$m_D=0.255\ 1D^{1.159\ 1}$	0.999\ 0
	中梁	8	$m_D=0.350\ 0D^{0.906\ 7}$	0.999\ 6

2.3 直线正交桥内力横向分布系数拟合公式

根据表 3 所示结果,可以根据式(2)列出跨中正弯矩、支点负弯矩、支点剪力和跨中剪力横向分布系数的拟合公式形式,如表 4 所示。

表 4 中的 k_i ($i=1, 2, \dots, 8$) 为表 1 和表 2 中两种相同内力形式的函数相乘后的系数,虽然可以直接由乘积得到,但表 1 和表 2 中的相应系

表 3 拟合系数 b_D 、 b_λ 和 c_λ						
Table 3 Fitting coefficients of b_D , b_λ and c_λ						
内力 类型	位置	工况 (i)	主梁间距 D		主梁高跨比 $\lambda=H/L$	
			b_D	R^2	b_λ	c_λ
$M_{l/2}$	边梁	1	1.106 0	0.999 8	-0.000 2	-0.038 3
	中梁	2	0.959 0	0.999 3	-0.000 7	-0.027 3
M_0	边梁	3	1.136 5	0.999 6	0.000 7	0.004 5
	中梁	4	0.924 0	0.998 2	0.003 0	0.068 8
Q_0	边梁	5	0.752 8	0.994 6	0.020 7	-0.014 7
	中梁	6	0.592 1	0.999 9	0.025 1	0.000 6
$Q_{l/2}$	边梁	7	1.159 1	0.999 0	0.002 1	0.129 8
	中梁	8	0.906 7	0.999 6	0.000 9	0.006 4

表 4 直线正交桥内力横向分布系数拟合公式				
Table 4 Fitting formulae of TDF for internal forces for straight orthogonal bridges				
内力 类型	位置	工况 (i)	拟合公式形式	k_i
$M_{l/2}$	边梁	1	$m_1=k_1D^{1.106\ 0}e^{-0.000\ 2/(\lambda-0.038\ 3)}$	0.271 9
	中梁	2	$m_2=k_2D^{0.959\ 0}e^{-0.000\ 7/(\lambda-0.027\ 3)}$	0.313 8
M_0	边梁	3	$m_3=k_3D^{1.136\ 5}e^{0.000\ 7/(\lambda+0.004\ 5)}$	0.260 6
	中梁	4	$m_4=k_4D^{0.924\ 0}e^{0.003\ 0/(\lambda+0.068\ 8)}$	0.321 9
Q_0	边梁	5	$m_5=k_5D^{0.752\ 8}e^{0.020\ 7/(\lambda-0.014\ 7)}$	0.425 1
	中梁	6	$m_6=k_6D^{0.592\ 1}e^{0.025\ 1/(\lambda+0.000\ 6)}$	0.543 0
$Q_{l/2}$	边梁	7	$m_7=k_7D^{1.159\ 1}e^{0.002\ 1/(\lambda+0.129\ 8)}$	0.259 0
	中梁	8	$m_8=k_8D^{0.906\ 7}e^{0.000\ 9/(\lambda+0.006\ 4)}$	0.329 5

数均只涉及单参数变化,因此,为了使该系数更精确、更有普适性,下面采用统计方法对其进行分析。

首先,根据不同的主梁位置和内力形式,针对表 4 中的第 i 种工况($i=1,2,\cdots,8$),对数据库中 137 座具体桥梁分别采用梁格法建立有限元模型,得到内力横向分布系数 m_{ij} , j 为第 i 种工况下的第 j 座桥梁, $j=1,2,\cdots,N$, N 为样本总数;然后根据表 3 中第 i 种工况的幂系数值 b_{Di} 、 $b_{\lambda i}$ 和 $c_{\lambda i}$,反算第 j 座桥梁的 k_{ij} 值,见式(3):

$$k_{ij}=\frac{m_{ij}}{(D_j)^{b_{Di}}e^{b_{\lambda i}/(\lambda_j+c_{\lambda i})}}\tag{3}$$

求出样本中所有的 k_{ij} 值后,针对 8 种工况分别对 k_{ij} 值进行统计分析。经检验每种工况下的 k_{ij} 值满足正态分布,并选取中值作为表 4 中 k_i 的取值。

2.4 公式验证

为了检验表 4 中的荷载横向分布系数公式在直线正交桥上的准确性,建立 16 座桥梁的模型,

在有限元计算结果的基础上,通过 2.1 节拟合的公式,分别计算各内力横向分布系数,最后将有限元结果与公式计算结果对比,判断拟合公式的准确性。验算模型如表 5 所示。

表 5 验算模型					
Table 5 Verification models					
编号	跨度/m	主梁宽度/m	主梁片数	主梁高度/m	高跨比
1	4×10	1.875	8	0.9	0.090
2	4×12	1.875	8	0.9	0.075
3	4×20	1.875	8	1.0	0.050
4	4×20	2.220	5	1.8	0.090
5	4×24	2.220	5	1.2	0.050
6	4×16	2.500	6	1.6	0.100
7	4×20	2.500	6	1.5	0.075
8	4×28	2.500	6	1.6	0.057
9	4×10	3.000	5	0.9	0.090
10	4×14	3.000	5	0.9	0.064
11	4×22	3.000	5	1.1	0.050
12	4×20	5.000	3	1.8	0.090
13	4×20	5.000	3	1.7	0.085
14	4×24	5.000	3	1.8	0.075
15	4×28	5.000	3	1.8	0.064
16	4×32	5.000	3	1.8	0.056

将有限元计算结果与拟合公式结果对比,对比图如图 9、图 10 所示。

通过以上结果对比可以看出:除个别模型误差较大外,大多数模型误差均控制在 1% 以内,有限元计算结果与公式计算结果较吻合,说明直线桥分布系数方程能够满足计算要求。

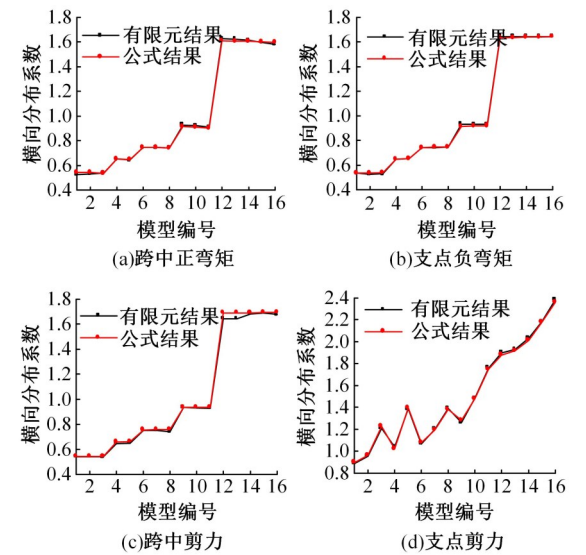


图 9 边梁横向分布系数对比图

Fig. 9 Comparison between the results of the formulae in this paper and FE for the TDF in edge beams

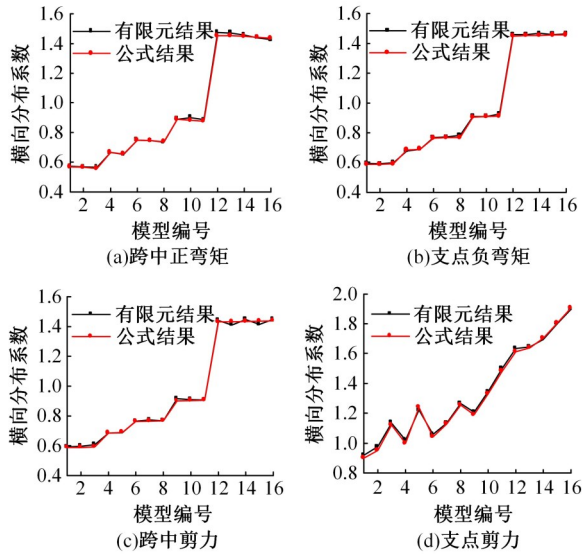


图10 中梁横向分布系数对比图

Fig. 10 Comparison between the results of the formulae in this paper and FE for the TDF in middle beams

3 斜交桥和曲线桥内力横向分布系数的建议公式

3.1 斜交桥

3.1.1 参数曲线拟合

斜交桥中,由于支承线与桥梁轴线不再垂直,使桥梁内力及其横向分布发生变化。以图1模型为基础构建斜交桥,但保持斜跨长和截面尺寸与正交桥相同,令斜交角 θ (支承线与桥梁轴线法线相交的锐角)在 $0\sim 60^\circ$ 变化。分析结果如图11所示。

由图11可以看出:支点负弯矩与斜度成反比

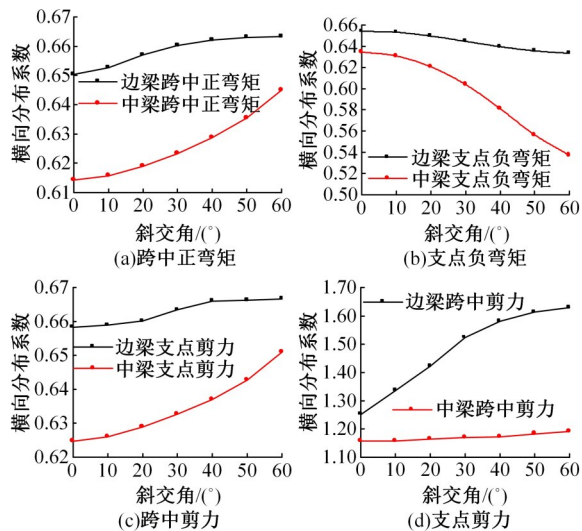
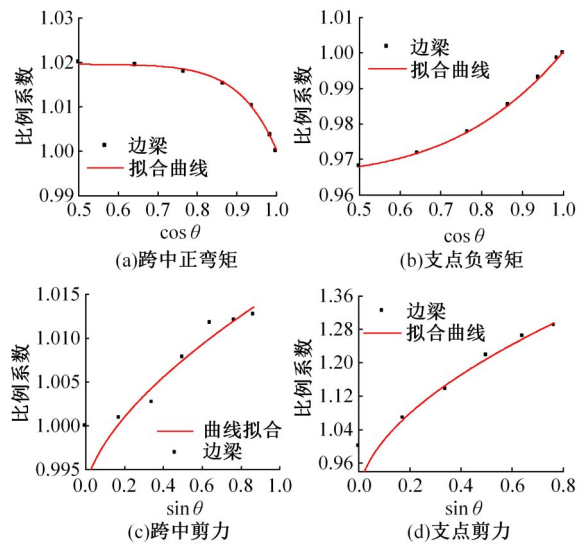
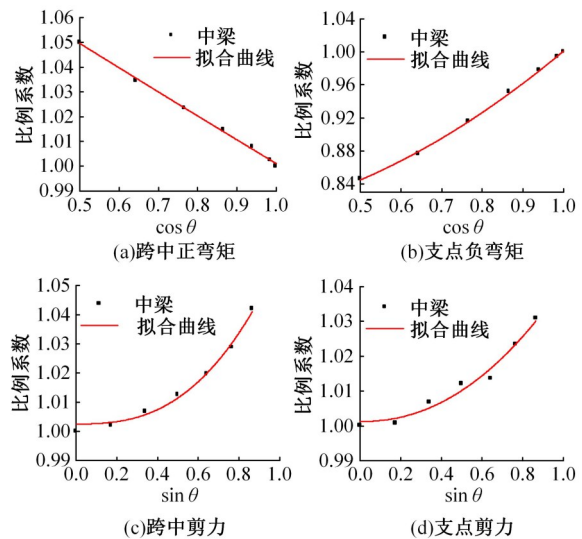


图11 横向分布系数随斜交角变化规律图

Fig. 11 Variation of TDF with skew angle

关系,跨中正弯矩、跨中剪力和支点剪力随斜度的增加而增加,中梁跨中剪力变化幅度较小。对各种内力而言,斜交桥边梁横向分布系数大于中梁。

斜交桥的内力横向分布系数拟合公式采用在直线正交桥基础上进行修正的方式。将任意斜交角下的内力横向分布系数与相应直线正交桥分布系数的比值定义为斜交修正因子 k_s ,绘制 k_s 与斜交角三角函数的关系曲线,对弯矩横坐标采用斜交角余弦函数,对剪力采用正弦函数,结果如图12和图13所示。

图12 边梁斜交修正因子 k_s 曲线拟合图Fig. 12 Fitting curve of k_s for edge beam图13 中梁斜交修正因子 k_s 曲线拟合图Fig. 13 Fitting curve of k_s for middle beam

经比较,各种内力形式下的斜交修正因子 k_s 均具有非线性最佳拟合形式 $y=a+bx^c$,由于每个参数具有一定的误差范围,适当调整误差后,将 k_s

列于表6。在表4的基础上乘以斜交修正因子 k_s ,即为斜交桥内力横向分布系数计算公式。

表6 斜交修正因子 k_s

内力类型	位置	工况(i)	拟合公式形式
$M_{l/2}$	边梁	1	$1.019\,6 - 0.019\,2(\cos \theta)^{10.83}$
	中梁	2	$1.180\,8 - 0.099\,7(\cos \theta)^{0.96}$
M_0	边梁	3	$1.015\,8 + 0.034\,5(\cos \theta)^{3.94}$
	中梁	4	$1.000\,7 + 0.210\,2(\cos \theta)^{1.96}$
Q_0	边梁	5	$0.880\,9 + 0.479\,9(\cos \theta)^{0.55}$
	中梁	6	$1.191\,3 + 0.039\,4(\cos \theta)^{2.15}$
$Q_{l/2}$	边梁	7	$0.902\,6 + 0.023\,0(\cos \theta)^{0.62}$
	中梁	8	$1.002\,6 + 0.056\,4(\cos \theta)^{2.67}$

3.1.2 公式验证

以文献[18]中的桥梁模型为基础,分别改变参数拟定16座桥梁模型对斜交桥拟合公式进行验证。16座桥梁横断面相同,均由5片主梁组成,主梁间距 D 均为3 m,如图14所示。跨度为18~30 m,高跨比 λ 为0.053~0.089,斜交角为 $15^\circ \sim 60^\circ$ 。

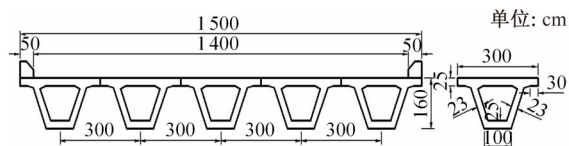


图14 小箱梁构造图

Fig. 14 Layout of the small box girder

将修正前按直线正交桥公式的内力横向分布系数计算结果及采用斜交修正因子 k_s 修正后的计算结果与有限元结果进行对比,误差图如图15和图16所示。

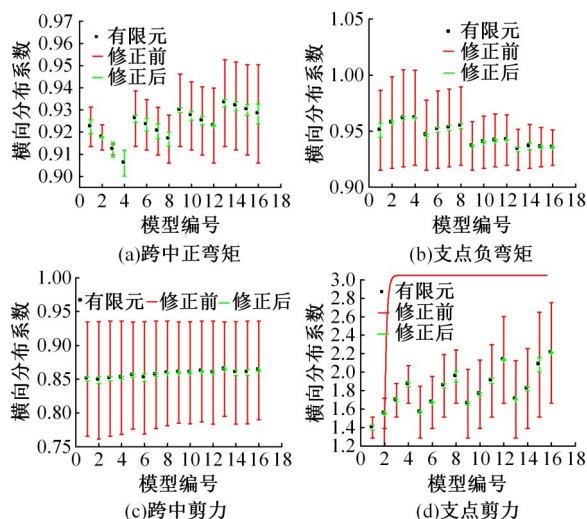


图15 斜交桥边梁内力横向分布系数误差图

Fig. 15 Error diagram of TDF for internal forces in side beam of skew bridge

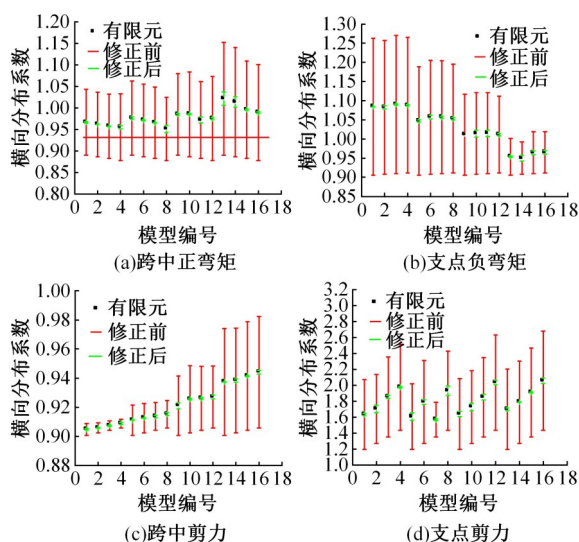


图16 斜交桥中梁内力横向分布系数误差图

Fig. 16 Error diagram of TDF for internal forces in middle beam of skew bridge

由以上分析可知,除了个别点误差相对较大,修正后的内力横向分布系数计算结果误差均控制在1%以内,与有限元计算结果基本相等,说明考虑斜交角后的拟合公式在较小误差范围内能够准确计算斜交桥内力横向分布系数。

3.2 曲线桥荷载横向分布系数的公式拟合

3.2.1 参数曲线拟合

以图1模型为基础构建曲线桥,保持中梁单跨跨度22 m和其他参数不变,令曲率半径在60~1 000 m变化,相应的圆心角 φ 为 $5.04^\circ \sim 84.03^\circ$,跨径比 $\xi=L/R$ 为0.088~1.467,得到各种内力横向分布系数随圆心角 φ 的变化如图17所示。

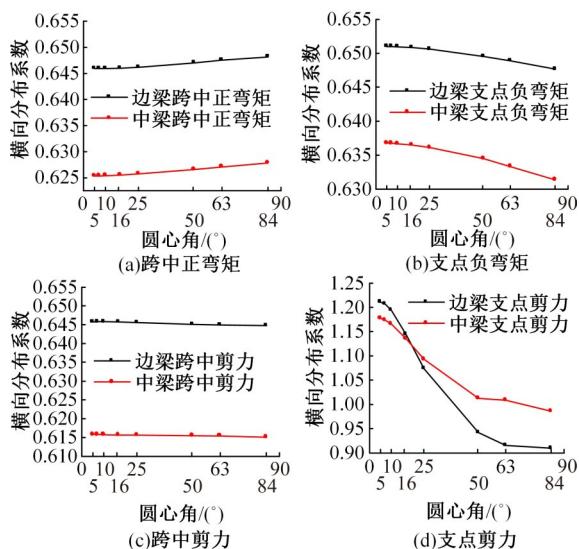


图17 横向分布系数随圆心角变化规律图

Fig. 17 Variation of TDF with central angle

由图 17 可以看出:①跨中正弯矩横向分布系数随圆心角的增加而增加,而支点负弯矩、跨中剪力和支点剪力横向分布系数呈下降趋势。相比之下,跨中剪力横向分布系数变化率最小,支点剪力横向分布系数变化率最大;②当圆心角为 $10.08^{\circ} \sim 84.03^{\circ}$ 时,内力横向分布系数变化较明显,小于 10.08° 时,基本保持不变。因此,可以得出:当圆心角小于 10° 时,可以不考虑圆心角对内力横向分布系数的影响,按直线桥计算;当圆心角大于 10° 时,必须考虑圆心角的影响。

曲线桥的内力横向分布系数拟合公式同样采用在直线正交桥基础上进行修正的方式。将任意圆心角下的内力横向分布系数与相应直线正交桥分布系数的比值定义为曲线修正因子 k_c , 得到 k_c 与圆心角三角函数的关系曲线,如图 18 和图 19 所示。

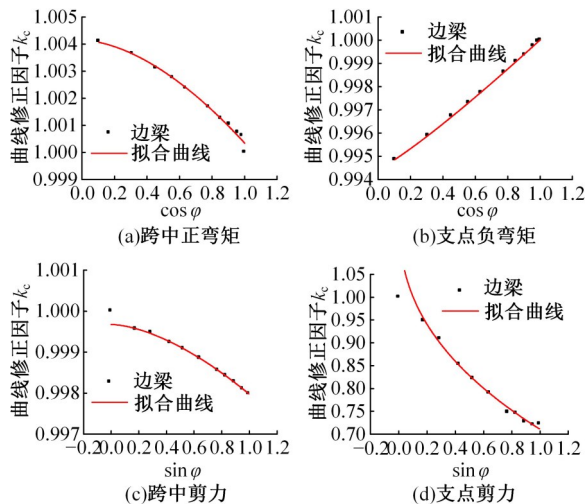


图 18 边梁曲线修正因子 k_c 曲线拟合图

Fig. 18 Fitting curve of k_c for edge beam

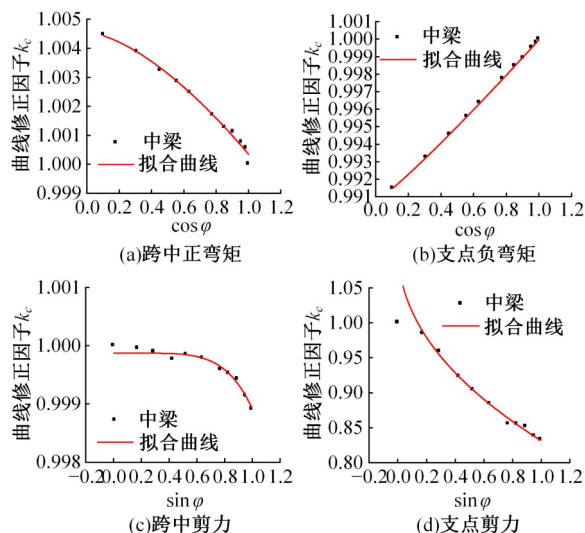


图 19 中梁曲线修正因子 k_c 曲线拟合图

Fig. 19 Fitting curve of k_c for middle beam

经比较,各种内力形式下的曲线修正因子 k_c 也具有非线性最佳拟合形式 $y=a+bx^c$, 结果列于表 7。在表 4 的基础上乘以曲线修正因子 k_c 即为曲线桥内力横向分布系数计算公式。

表 7 曲线修正因子 k_c

Table 7 Curve correction factor k_c

内力类型	位置	工况 (i)	拟合公式形式
$M_{l/2}$	边梁	1	$1.0042 - 0.0103(\cos \varphi)^{1.64}$
	中梁	2	$1.0046 - 0.0627(\cos \varphi)^{1.54}$
M_0	边梁	3	$0.9945 + 0.0026(\cos \varphi)^{1.15}$
	中梁	4	$0.9207 + 0.0032(\cos \varphi)^{1.11}$
Q_0	边梁	5	$1.0572 - 0.3958(\sin \varphi)^{0.64}$
	中梁	6	$0.9008 - 0.2019(\sin \varphi)^{0.78}$
$Q_{l/2}$	边梁	7	$0.9790 - 0.0017(\sin \varphi)^{1.84}$
	中梁	8	$0.8940 - 0.0010(\sin \varphi)^{4.67}$

3.2.2 公式验证

对 3.2.1 节中的桥梁模型进行以上公式的验证,误差结果图如图 20、图 21 所示。

由以上分析可知,除个别点误差相对较大外,修正后的分布系数方程计算结果误差均控制在

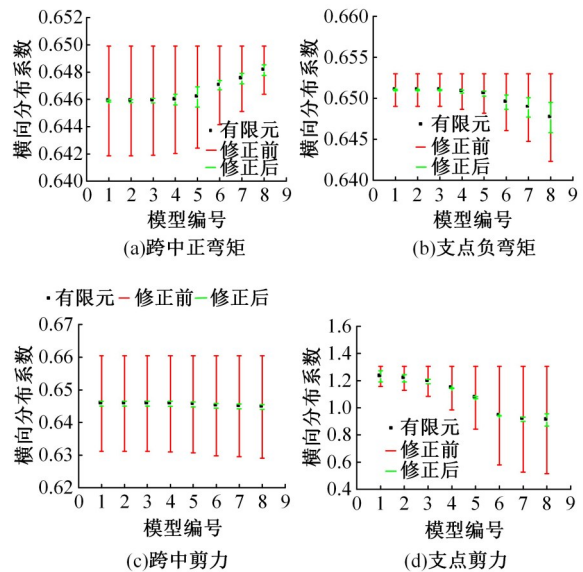
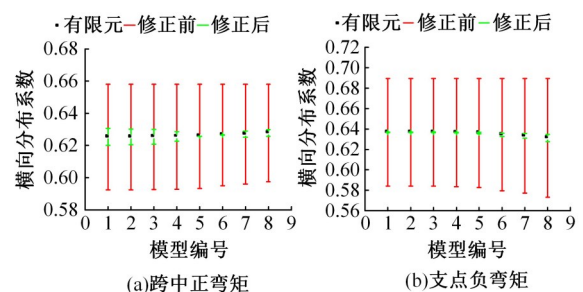


图 20 曲线桥边梁内力横向分布系数误差图

Fig. 20 Error diagram of TDF for internal forces in side beam of curved bridge



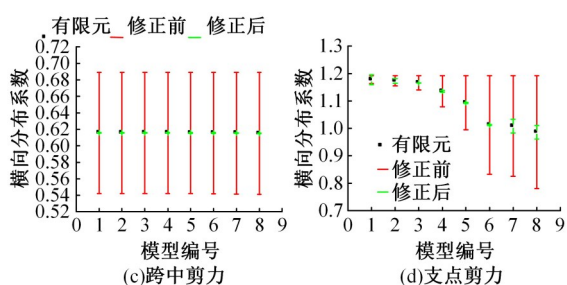


图21 曲线桥中梁内力横向分布系数误差图

Fig. 21 Error diagram of TDF for internal forces in middle beam of curved bridge

1%以内,与有限元计算结果基本相等,说明考虑圆心角后的拟合公式在较小误差范围内能够准确计算曲线桥内力横向分布系数。

4 内力横向分布系数沿梁轴纵向的分布规律

以上仅针对图1所示4跨连续梁第2跨跨中正弯矩和跨中剪力、第1、2跨之间支点负弯矩和支点剪力的横向分布系数进行了研究,为了研究更一般的情况,本节进一步将其扩展为7跨,建立梁格法有限元模型,采用前述方法,针对每一跨跨中、 $L/4$ 、 $3L/4$ 和支点截面的弯矩和剪力进行最不利加载,得到各截面内力的最大横向分布系数,连线后进一步得到弯矩和剪力横向分布系数沿梁轴纵向的包络图,如图22和图23所示。

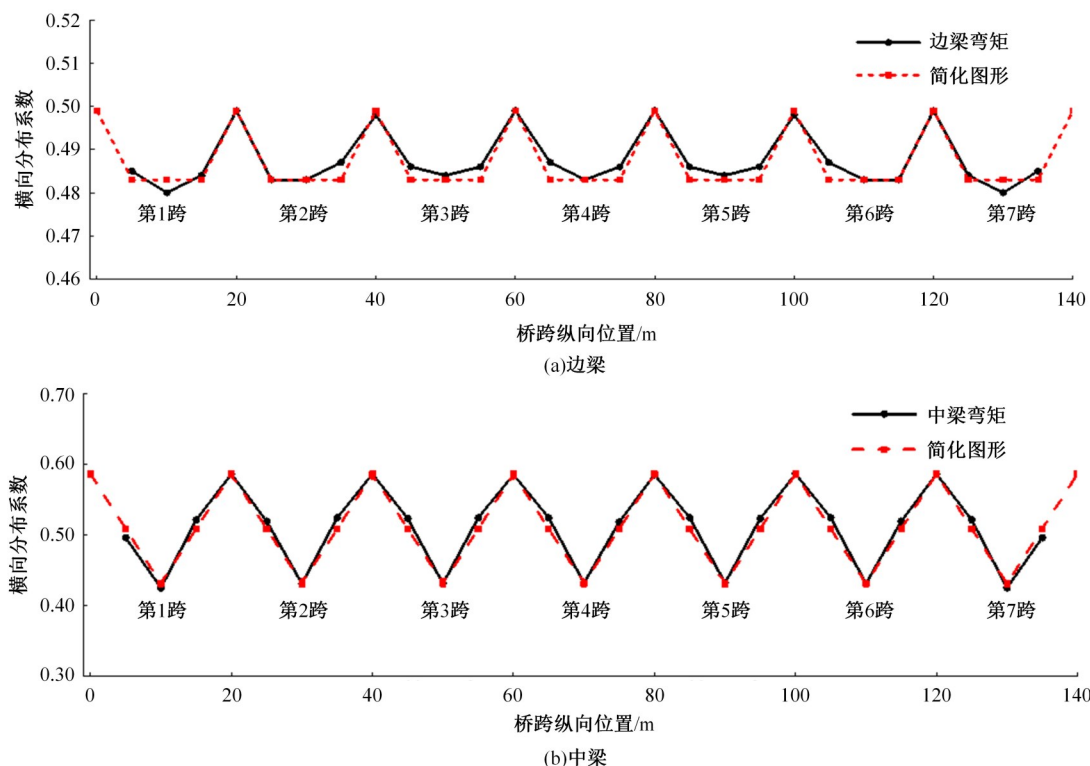


图22 弯矩横向分布系数包络图

Fig. 22 Envelope diagram of TDF for bending moment

由图22、图23可知:

(1) 弯矩横向分布系数最大值在各跨内的分布规律相同,取值相近,跨中最小,中间支点处最大。在同一跨内,边梁从 $1/4$ 跨到 $3/4$ 跨之间数值差别不大,可直接按跨中取值;在支点和 $1/4$ 跨或 $3/4$ 跨之间可以近似按线性插入取值;而同一跨中梁从跨中截面到支点截面之间近似直线分布,可根据跨中和支点弯矩分布系数近似按线性插入取值。

(2) 剪力横向分布系数最大值在中间各跨内分布规律相同,取值相近,但在边跨变化幅度较

大。沿全桥最小值出现在边跨端支点,最大值出现在边跨和次边跨支点,从端支点至次边跨支点近似按直线分布,中间位置可以近似按线性插入取值;在各中间跨,从 $3/4$ 跨截面到下一跨的 $1/4$ 跨截面之间剪力分布系数差别不大,可以直接按支点处取值;而从跨中截面和 $1/4$ 跨或 $3/4$ 跨截面之间可以近似按线性插入取值;中梁的剪力横向分布系数最大值沿纵向的分布规律与边梁相同,但数值较边梁高。

由以上分析可知,对于装配式连续小箱梁桥,

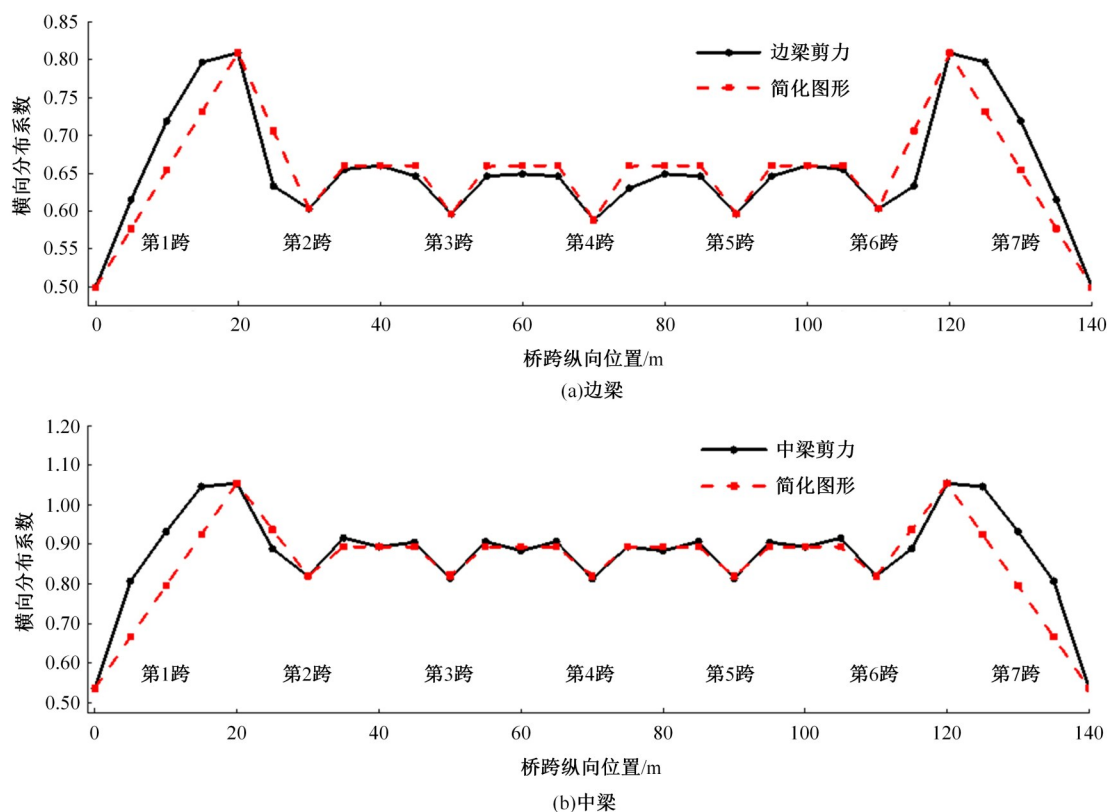


图23 剪力横向分布系数包络图

Fig. 23 Envelope diagram of TDF for shear force

只需确定跨中弯矩、支点弯矩、支点剪力和跨中剪力的内力分布系数,即可按图22、图23中包络图简化图形得到任意截面的内力分布系数。

5 结 论

(1)边梁和中梁的跨中正弯矩和剪力、支点负弯矩和剪力均随主梁间距的增大而增大,且呈现明显的近似线性关系;跨中正弯矩随主梁高跨比 λ 的增大而增大,而跨中剪力、支点负弯矩和支点剪力均随高跨比 λ 的增大而减小,且呈现非线性单调变化关系。

(2)分别采用幂函数和指数函数来拟合主梁间距 D 和高跨比 λ 与内力横向分布系数的关系曲线,并采用统计方法得到的直线正交多主梁装配式连续小箱梁桥的内力横向分布系数建议公式具有良好的准确性。

(3)在直线正交桥公式基础上,乘以斜交修正因子和曲线修正因子,可得到斜交桥和曲线桥内力横向分布系数计算公式,针对本文的计算模型,其误差与有限元结果相比在1%以内,计算公式方便实用。

(4)弯矩和剪力横向分布系数沿梁轴纵向的

分布规律不同,跨中弯矩的分布系数较支点弯矩小,而最大和最小剪力分布系数均出现在边跨。

参考文献:

- [1] American Association of State Highway & Transportation Officials. AASHTO LRFD bridge design specifications [EB/OL]. [2022-08-15]. https://www.academia.edu/37953219/AASHTO_LRFD_2012.pdf
- [2] Bernardi P, Cerioni R, Leurini F, et al. A design method for the prediction of load distribution in hollow-core floors[J]. Engineering Structures, 2016, 123: 473-481.
- [3] Zhao Y, Cao X Z, Zhou Y J, et al. Lateral load distribution for hollow slab bridge: field test investigation [J]. International Journal of Concrete Structures and Materials, 2020, 14:No. 22.
- [4] 战家旺,高胜星,闫宇智,等. 基于模型修正的公路简支板梁桥荷载横向分布系数计算方法[J]. 中国公路学报, 2019, 32(5): 72-79.
Zhan Jia-wang, Gao Sheng-xing, Yan Yu-zhi, et al. A calculation method for transverse load distribution coefficient of highway simply-supported slab-girder bridges based on model updating[J]. China J Highw Transp, 2019, 32(5): 72-79.

- [5] 王渠, 吴庆雄, 陈康明, 等. 拼宽空心板桥荷载横向分布计算方法[J]. 中国公路学报, 2019, 32(7): 57-65.
Wang Qu, Wu Qing-xiong, Chen Kang-ming, et al. Calculation method of load transverse-distribution for widening hollow slab bridge[J]. China J Highw Transp, 2019, 32(7): 57-65.
- [6] Tevfik T, Mary B D H, John B M. Live load distribution factors for spread slab beam bridges[J]. J Bridge Eng, 2017, 22(10): No. 04017067.
- [7] 邬晓光, 魏俊杰. 宽幅装配式箱梁桥荷载横向分布系数计算[J]. 沈阳建筑大学学报:自然科学版, 2020, 36(1): 76-85.
Wu Xiao-guang, Wei Jun-jie. Calculation of load transverse distribution coefficient of wide assembled box girder bridge[J]. Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science), 2020, 36(1): 76-85.
- [8] 何伟南, 周怀治, 王银辉. 多室宽箱梁桥横向分布计算的刚接梁法[J]. 公路交通科技:应用技术版, 2016, 12(1): 212-216.
He Wei-nan, Zhou Huai-zhi, Wang Yin-hui. Rigid-jointed girder method for transverse distribution calculating of wide multi-cell box girder bridges[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development (Application Technology Edition), 2016, 12(1): 212-216.
- [9] 闫林君, 张经伟, 罗奎. 装配式多主梁钢-混组合梁桥的荷载横向分布研究[J]. 公路交通科技, 2020, 37(3): 59-69.
Yan Lin-jun, Zhang Jing-wei, Luo Kui. Study on lateral load distribution of prefabricated multi-girder steel-concrete composite girder bridge[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2020, 37(3): 59-69.
- [10] Kong S Y, Zhuang L D, Tao M X, et al. Load distribution factor for moment of composite bridges with multi-box girders[J]. Engineering Structures, 2020, 215(10): No. 110716.
- [11] Ma L, Zhou L Y, Wan S. Study of the calculation method of lateral load distribution on a continuous composite box girder bridge with corrugated steel webs[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2014, 8(2): 42-46.
- [12] 聂鑫, 樊健生, 付裕. 箱形截面连续组合梁桥的荷载横向分布[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2009, 49(12): 1930-1933, 1938.
Nie Xin, Fan Jian-sheng, Fu Yu. Transverse load distribution on box section continuous composite steel-concrete bridges[J]. Journal of Tsinghua University (Sci & Tech), 2009, 49(12): 1930-1933, 1938.
- [13] 余泉. 多箱式连续小箱梁桥受力特性的分析及其试验研究[D]. 杭州: 浙江大学建筑工程学院, 2006.
Yu Quan. Analysis of structure behavior of continuous multi-box girder bridges and its experimental study[D]. Hangzhou: College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, 2006.
- [14] Huang H X, Shenton H W, Chajes M J. Load distribution for a highly skewed bridge: testing and analysis[J]. J Bridge Eng, 2004, 9(6): 558-562.
- [15] Fatemi S J, Mohamed Ali M S, Sheikh A H. Load distribution for composite steel-concrete horizontally curved box girder bridge[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2016, 116: 19-28.
- [16] 魏志刚, 刘寒冰, 时成林, 等. 考虑桥面铺装作用的简支梁桥横向分布系数计算[J]. 吉林大学学报:工学版, 2018, 48(1): 105-112.
Wei Zhi-gang, Liu Han-bing, Shi Cheng-lin, et al. Calculation of transverse distribution coefficient of simply supported beam bridge with effect of bridge deck pavement[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2018, 48(1): 105-112.
- [17] 张学龙. 小箱梁的梁格划分及虚拟横梁刚度分析研究[D]. 西安: 长安大学公路学院, 2013.
Zhang Xue-long. Study and analysis on beam meshing and the virtual beam stiffness of Small box girder[D]. Xi'an: School of Highway, Chang'an University, 2013.
- [18] 管路, 贾鹏, 向天华, 等. 组合小箱梁横向分布系数影响因素分析研究[J]. 福建建材, 2020(6): 10-13.
Guan Lu, Jia Peng, Xiang Tian-hua, et al. Analysis of the influencing factors on the transverse distribution factor of the composite small box girder[J]. Fujian Building Materials, 2020(6): 10-13.